

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Сибирский федеральный университет»

На правах рукописи

Ткаченко

Ткаченко Виктор Александрович

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ  
ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ  
ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

Специальность

01.04.05 - Оптика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

д. ф.-м. н., проф. Слабко В.В.

Красноярск 2018 г.

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Обзор литературы</b> . . . . .	10
1.1. Введение . . . . .	10
1.2. Метаматериалы . . . . .	13
1.3. Параметрические процессы с участием электромагнитных (оптических) волн . . . . .	19
1.4. Переходные процессы при параметрическом взаимодействии встречных волн . . . . .	24
<b>Глава 2. Переходные процессы при параметрическом взаимодействии встречных волн в приближении заданной накачки</b> . . . . .	28
2.1. Введение . . . . .	28
2.2. Укороченное уравнение для волн, распространяющихся в среде с отрицательной дисперсией . . . . .	29
2.3. Параметрическое взаимодействие волн с отрицательной дисперсией . . . . .	34
2.4. Модель взаимодействия встречных волн в приближении заданного поля (линейное приближение) . . . . .	37
2.5. Результаты численного моделирования временного моделирования амплитуд . . . . .	39
2.6. Выводы . . . . .	52
<b>Глава 3. Параметрическое взаимодействие встречных волн в условиях истощения накачки</b> . . . . .	54
3.1. Модель нелинейного параметрического взаимодействия . . . . .	54
3.2. Результаты моделирования . . . . .	55
3.3. Выводы . . . . .	63

<b>Глава 4. Переходные процессы параметрического взаимодействия</b>	
<b>встречных волн в импульсном режиме</b> . . . . .	64
4.1. Модель взаимодействия встречных волн в импульсном режиме .	65
4.2. Случай длинного импульса накачки и импульса сигнала средней длительности . . . . .	67
4.3. Импульсный режим в нелинейной области . . . . .	73
4.4. Сравнение с экспериментальными данными (Случай длинного импульса сигнала и импульса накачки средней длительности) .	76
4.5. Параметрическое взаимодействие бегущих встречных импульсов	83
4.6. Выводы . . . . .	85
<b>Список литературы</b> . . . . .	87
<b>Список литературы</b> . . . . .	88

## Введение

Нелинейная оптика уже долгое время является динамично развивающейся областью физики, которая позволяет решать важные прикладные и инженерные задачи. Исследования нелинейных оптических процессов поспособствовали развитию лазерной техники, оптоволоконных линий связи, спектроскопии, фотоники и оптоинформатики, а также использованию оптики в таких отраслях как экология и медицина.

Основная задача любого нелинейного параметрического оптического устройства — преобразование частоты. Хотя обычно в оптике рассматривается задача, когда взаимодействующие волны распространяются в среде в одном направлении, взаимодействие волн, распространяющихся на встречу друг другу, как было показано в ряде работ, позволяет достичь гораздо большей эффективности преобразования. Такое встречное взаимодействие открывает возможность создания беззеркальных параметрических генераторов и миниатюрных параметрических усилителей света.

Однако, встречное взаимодействие в литературе рассматривается редко, из-за сложностей реализации, связанных с необходимостью согласования фаз противораспространяющихся волн (закон сохранения импульсов волн). На сегодняшний день существует несколько подходов решения данной проблемы.

Наиболее естественным образом фазовое согласование встречных волн может быть обеспечено благодаря использованию метаматериалов с отрицательным показателем преломления (Negative index metamaterials, NIM), в которых вектор Пойтнинга волны и её фазовая скорость противонаправлены в узкой полосе частот. Оптические метаматериалы в свою очередь открывают широкие возможности, такие как создание суперлинзы с разрешением, превышающим дифракционный предел, и достижение эффекта невидимости объекта. Существующие прототипы NIM в большинстве своём обладают высокими показателями потерь на рабочих частотах, что может быть решено благодаря парамет-

рическому компенсационному усилению встречных волн.

Кроме этого фазовое согласование при взаимодействии встречных волн может быть обеспечено с использованием ряда других подходов и в других частотных диапазонах электромагнитных волн. Эти процессы также могут наблюдаться при взаимодействии волн любой природы: в процессе вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР), в случае вынужденного рассеяния Мандельштам-Бриллюена (ВРМБ), взаимодействие встречных волн разного диапазона в условиях квазисинхронизма (в среде с периодической модуляцией нелинейных характеристик), в лампе обратной волны (ЛОВ). Таким образом, исследование данных процессов охватывает широкую область явлений.

Хотя основной характеристикой процессов параметрического взаимодействия является эффективность преобразования энергии, часто возникает необходимость контролировать форму и длительность импульса. В некоторых случаях эти требования входят в коллизию. Так с одной стороны взаимодействие встречных волн позволяет достигать аномально большого усиления по сравнению с обычным параметрическим взаимодействием, распространяющихся в одном направлении. С другой стороны в ряде работ было отмечено, что в случае взаимодействия встречных волн имеют место особенности переходных процессов изменения амплитуды выходного сигнала, которые способны вносить сильные искажения в работу импульсных устройств. В настоящее время данные переходные процессы слабо изучены и являются предметом рассмотрения представленной диссертации.

## **Цель и задачи**

**Цель** диссертационной работы – выявить особенности и закономерности переходных процессов при параметрическом взаимодействии встречных волн.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие **задачи**:

1. Численными методами исследовать основные характеристики переходных процессов при параметрическом взаимодействии встречных волн в режиме усиления и генерации в приближении заданного поля накачки (линейный режим).

2. Исследовать численно основные характеристики переходных процессов в режиме усиления с учётом истощения накачки (нелинейный режим)

3. Исследовать численно основные характеристики переходных процессов при параметрическом взаимодействии встречных волн в импульсном режиме.

## Научная новизна

1. Впервые были выявлены закономерности переходных процессов при параметрическом взаимодействии встречных волн. В приближении заданной накачки (линейное приближение) получены аппроксимирующие зависимости для временного поведения амплитуды сигнала на выходе из среды и зависимость постоянной времени этого процесса от параметров усиления  $a_{30}KL$ .

2. Показано, что характер переходных процессов в линейной и нелинейной области значений параметров усиления  $a_{30}KL$  принципиально отличается. При превышении границы линейного приближения ( $a_{30}KL > \pi/2$ ) длительность переходного процесса сокращается, а сам процесс приобретает характер самовозбуждения.

3. Впервые показано, что максимум времени переходного процесса определяется значениями поглощения взаимодействующих волн в среде и соответствует границе линейного приближения для параметров усиления.

4. Нестационарная модель была впервые использована для интерпретации экспериментальных данных, полученных при параметрическом взаимодействии встречных волн в беззеркальном параметрическом генераторе. Показано, что замедление роста эффективности преобразования с ростом интенсивности накачки, наблюдаемое в эксперименте, обусловлено временной стохатизацией.

## Положения, выносимые на защиту

1. Временное поведение амплитуды генерируемых при параметрическом взаимодействии встречных волн в линейном приближении аппроксимируется зависимостью:  $a_2 = a_{20}(1 - e^{t/\tau})$ . Зависимость постоянной времени  $\tau$  от параметров усиления аппроксимируется выражением:  $\tau = \Delta t / \cos(a_{30}KL)$ .

2. При взаимодействии встречных волн положение максимума времени переходного процесса и порога самовозбуждения в зависимости от параметров усиления ( $a_{30}KL$ ) соответствуют граничному значению линейного приближения, определяемому индексами потерь.

3. Обнаруживаемая в нестационарной модели параметрического взаимодействия встречных волн стохатизация процесса прямого и обратного преобразования в неоднородном поле накачки – основная причина замедленного роста эффективности преобразования, наблюдаемого в эксперименте.

## Практическая значимость

Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть использованы при разработке новых параметрических устройств взаимодействия встречных волн, таких как миниатюрный параметрический усилитель света и беззеркальный генератор. А также при интерпретации ряда других явлений, в которых проявляются элементы параметрического взаимодействия встречных волн. Кроме того принцип параметрического взаимодействия встречных волн может быть положен в основу методов компенсации потерь в оптических метаматериалах.

## Методология и методы исследования

В ходе работы использовались численные и аналитические подходы. Из первых принципов была разработана модель параметрического взаимодействия

встречных волн в среде с отрицательной дисперсией, основанная на уравнениях распространения плоских волн в среде, в приближении медленно меняющихся амплитуд в первом приближении дисперсии. При этом использовался подход, предложенный Ландау, выражающий магнитный отклик среды через пространственно временной электрический нелокальный отклик среды. Во второй главе использовалось приближение постоянной накачки, позволяющее перейти к линейной системе уравнений в случае, когда изменения амплитуд волн незначительны в сравнении с амплитудой накачки. В четвёртой главе использовалось численное преобразование Фурье, для определения спектра искаженных импульсов и исследования АЧХ системы взаимодействия встречных волн.

## Степень достоверности

Достоверность полученных результатов обеспечена обоснованностью использованных в работе теоретических методик исследования, их совпадением, в предельных случаях с результатами работ других авторов и качественное согласие результатов численного моделирования с экспериментальными данными – рассматривается в четвёртой главе.

Материалы диссертации опубликованы в 5 изданиях, входящих в список ВАК [1–5], среди которых отечественный журнал "Квантовая Электроника" и зарубежный журнал "Optics Letters".

Результаты были представлены на международных конференциях: "ФНМС – 2015" (Томск), "Молодёжь и наука: Проспект Свободный – 2016" (Красноярск), "Laser Optics – 2016" (Санкт-Петербург), "ICONO/LAT" (Минск, Республика Беларусь), "DAYS ON DIFFRACTION 2017" (Санкт-Петербург), "PIERS-2017" (Сингапур, Республика Сингапур), и всероссийской конференции "ВНКСФ–22" (Ростов-на-Дону, 2016г.) [6–11].

Работа поддержана грантами: РФФИ в рамках научного проекта 16-42-240410 р\_а и в рамках научного проекта 18-32-00864 мол\_а.



## **Личный вклад соискателя**

Личный вклад соискателя заключается в постановке, совместно с научным руководителем, цели и задач исследования; в моделировании процессов параметрического взаимодействия встречных волн; исследовании основных характеристик процесса; анализе и интерпретации данных; в подготовке научных статей и тезисов докладов, отражающих основные результаты исследования.

Все численные расчёты, разработка и тестирование программ, выполнены лично автором.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы. Общий объём диссертации 99 страниц, из них 87 страниц текста, включая 33 рисунка. Библиография включает 109 наименований на 12 страницах.

# Глава 1

## Обзор литературы

### 1.1. Введение

Параметрические процессы – это процессы передачи энергии от одних колебаний другим, осуществляемые за счёт периодических во времени изменений параметров одних колебаний за счёт других [12]. Изменение параметров означает, что процесс является принципиально нелинейным. В ряде случаев, когда изменением энергии одного из колебаний можно пренебречь по сравнению с другими (приближение заданного поля), можно рассматривать чисто линейное взаимодействие между двумя другими колебаниями [13]. Главная особенность параметрического процесса заключается в том, что направление передачи энергии зависит от соотношения фаз колебаний, по этой причине его называют когерентным. В таких процессах с необходимостью выполняется закон сохранения энергии, накладывающий условия на частоты взаимодействующих колебаний. В случае квадратичной нелинейности можно говорить о взаимодействии колебаний на трёх частотах (холостой  $\omega_1$ , сигнала  $\omega_2$  и накачки  $\omega_3$ ), тогда закон сохранения энергии запишется следующим образом  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ .

Передача энергии в параметрических процессах осуществляется от колебания на частоте накачки к колебаниям на двух других частотах  $\omega_1, \omega_2$  либо от колебаний на двух частотах к колебаниям накачки. При этом скорость изменения энергии колебаний пропорциональна их энергии согласно соотношению Мэнли-Роу. Применительно к оптическим системам соотношение Мэнли-Роу несёт смысл закона сохранения фотонов [14].

### 1.1.1. Взаимодействие с сосредоточенными параметрами

Наиболее просто данный принцип реализуется в системах с сосредоточенными параметрами, характерными для радиотехники и механики. Наглядным примером такой системы, является человек, качающийся на качелях. Раскачивая своё тело параллельно линии подвеса, человек периодически меняет частоту колебаний качелей. И в случае, когда удвоенная частота этих изменений равна собственной частоте колебаний качелей, при определённом соотношении фаз, человек передаёт им энергию (раскачивает). Другое соотношение фаз может привести к остановке качелей. В радиотехнике находят применение параметрические усилители и генераторы, которые обладают рядом преимуществ перед обычными [15].

В данной диссертации будут рассматриваться параметрические процессы взаимодействия волн в средах с распределёнными параметрами, предполагающими протяженные среды с длиной, значительно превышающей длины взаимодействующих волн.

### 1.1.2. Взаимодействие с распределёнными параметрами

Параметрическое взаимодействие волн, когда это необходимо, может быть реализовано на основе распределённых параметров системы. Это актуально для нелинейной акустики и нелинейной оптики, где трудно достичь достаточно большого нелинейного отклика элемента с сосредоточенными параметрами, в силу слабой оптической и акустической нелинейности. В качестве примера в радиотехнике можно привести лампы бегущей волны (ЛБВ) и лампы обратной волн (ЛОВ), в которых осуществляется согласованное по фазе взаимодействие СВЧ излучения с потоком электронов [16]. Взаимодействие в ЛБВ также можно рассматривать как параметрическое и распределённое.

В таких средах, помимо условий, накладываемых на соотношения рабочих частот, возникает требование к соотношению волновых векторов  $\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$

(условия пространственного синхронизма или закон сохранения импульса) [17]. Акустические среды, как правило, не обладают заметной дисперсией, по этой причине данное требование выполняется там автоматически [18]. В оптических же средах дисперсия принципиальна и определяет частотную селективность параметрических процессов в нелинейной оптике. Другими словами условиям будут удовлетворять только несколько частот, определяемых особенностями рабочей среды, и только волны удовлетворяющие условиям будут участвовать в эффективном преобразовании.

Данная диссертация посвящена в первую очередь взаимодействию оптических колебаний, по этой причине в ней не будут рассматриваться процессы, не обладающие частотной дисперсией. Однако полученные здесь выводы могут быть распространены и на бесдисперсионные случаи.

### 1.1.3. Взаимодействие встречных волн

Данная диссертация посвящена исследованию особенностей процесса параметрического взаимодействия встречных волн. Под этим подразумевается, что одна из взаимодействующих волн распространяется в среде в направлении противоположном распространению двух других (в случае если волны три). Обычный же случай подразумевает, что все волны распространяются в среде в одном направлении (попутные волны).

Параметрическое взаимодействие волн в оптике происходит в нелинейной среде – параметры распределены в пространстве. В связи с этим эффект параметрического процесса накапливается непрерывно по мере проникновения взаимодействующих волн в рабочую среду и, таким образом, суммарная эффективность зависит от длины среды  $L$ . В случае попутных волн при генерации второй гармоники (передача энергии колебаниям на удвоенной частоте) в приближении заданного поля интенсивность генерируемой волны на выходе растёт квадратично с ростом  $L$  [19]. При генерации субгармоники (передача энергии к колебаниям меньшей частоты) интенсивность растёт экспоненциально [20]. В

случае же встречных волн интенсивность на выходе растёт с ростом  $L$  пропорционально обратному косинусу  $L$  [21] – асимптотически стремится к бесконечности при конечной длине среды  $L = \pi/2$ .

Такой неограниченный рост в приближении заданного поля открывает широкие возможности для применения процессов параметрического взаимодействия встречных волн на практике. Благодаря этому возможно создание миниатюрного оптического генератора без использования зеркал, что было предложено в работах [22, 23]. Также одним из потенциальных применений является компенсация поглощённых потерь в метаматериалах за счёт параметрического усиления [24] или резонансного четырёхволнового смешения [25].

## 1.2. Метаматериалы

Исследуемое в данной диссертации параметрическое взаимодействие встречных волн не представляется возможным без рассмотрения проблемы метаматериалов – сред, в которых такое взаимодействие может быть реализовано наиболее естественным образом.

В общем случае метаматериалами называются композитные материалы, свойства которых определяются главным образом периодической структурой [26]. Однако в рамках данной диссертации интерес представляет лишь отдельный класс метаматериалов, обладающих отрицательной рефракцией (Negative refractive Index Metamaterials, NIM). Отрицательная дисперсия в них достигается за счёт того, что электрический и магнитный отклик имеют отрицательные значения. На языке электродинамики это означает, что диэлектрическая проницаемость и магнитная восприимчивость одновременно меньше нуля ( $\epsilon < 0$ ,  $\mu < 0$ ). В этом случае показатель преломления также меньше нуля  $n = \sqrt{\epsilon\mu} < 0$  [27]. По этой причине луч, входящий в такую среду, в согласии с законом Снеллиуса преломляется в другую сторону относительно нормали поверхности, чем если бы преломление происходило обычной среде [28](Рис. 1.1).

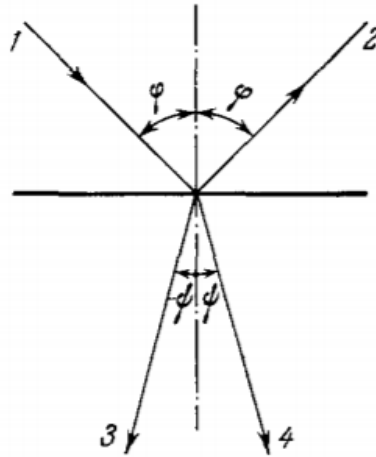


Рис. 1.1. Схема преломления луча, проходящего через границу раздела двух сред. 1 - падающий луч, 2 - отраженный луч, 3 - преломленный луч, если среда обладает отрицательной рефракцией, 4 - преломленный луч, в обычной среде [27]

Отрицательная дисперсия – желанное свойство для реализации процессов взаимодействия встречных волн поскольку, волны обладающие в среде отрицательной дисперсией распространяются в направлении противоположном направлению волнового вектора [27]. Если в случае трёхволнового взаимодействия одна из волн обладает отрицательной дисперсией, фазовый синхронизм реализуется естественным образом [29] для противоположных направлений распространения энергии  $S_{1,2,3}$  в то время как волновые векторы  $k_{1,2,3}$  остаются сонаправленными. На рисунке 1.2б показана схема такого взаимодействия.

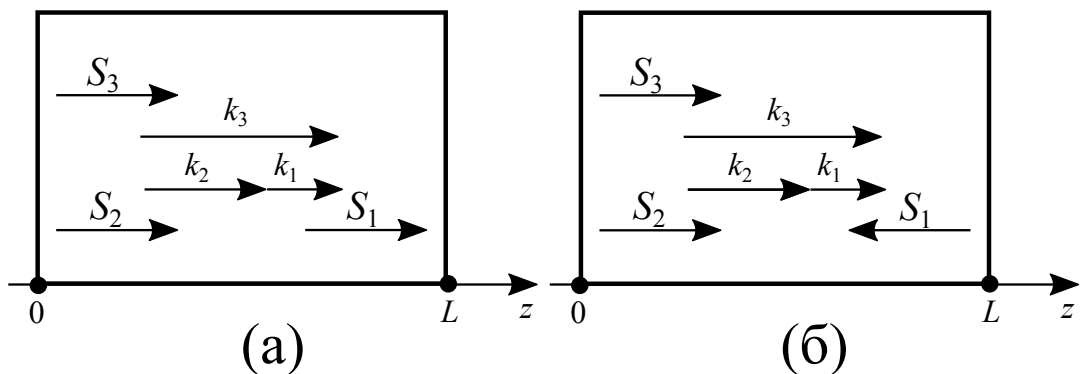


Рис. 1.2. Схемы фазового согласования трёх волн.  $k_{1,2,3}$  – волновые векторы волн,  $S_{1,2,3}$  – соответствующие направления распространения энергии. (а) – схема взаимодействия со-распространяющихся волн. (б) – схема синхронизма встречных волн, где среда обладает отрицательной дисперсией по отношению к волне 1.

В природе существует множество материалов обладающих, отрицательным электрическим откликом (металлы межзонного перехода). Однако, не существует сред с отрицательным магнитным откликом, что можно продемонстрировать на примере простых рассуждений.

Магнитных зарядов в природе не существует, поэтому магнитный отклик в среде может создаваться только замкнутым током и пропорционален величине тока  $M \sim I$ . С другой стороны индуцированный ток пропорционален ЭДС индукции  $I \sim \mathcal{E}_{ind}$ . ЭДС индукции в свою очередь пропорциональна изменению потока внешнего поля через контур  $\mathcal{E}_{ind} \sim -\partial\Phi/\partial t = \partial(SH)/\partial t$ . Контур представляет собой некий элемент среды, например атом, в котором может возникать круговой ток.  $H$  – внешнее поле, пронизывающее контур,  $S = \pi r^2$  – площадь контура. Магнитный поток через контур будет изменяться только в том случае, если фаза поля во всех его точках не сильно отличается, другими словами размер контура должен быть меньше длины волны  $r \ll \lambda$ . Таким образом, магнитный отклик в среде должен быть много меньше квадрата длины волны  $M \ll C\lambda^2$ . По этой причине природные среды являются немагнитными на оптических частотах  $\omega \approx 10^{11}$  Гц –  $M \approx 0$ ,  $\mu = 1$ . Всё это приводит к необходимости разработки искусственных NIM.

### 1.2.1. Проблема разработки NIM

Первые эксперименты по материалам с отрицательной дисперсией в СВЧ диапазоне были опубликованы в работе [30], для терагерцового диапазона [31]. В этих работах отрицательный электрический отклик достигался за счёт взаимодействия волны с электрическими стержнями вблизи их электронного резонанса. Отрицательный магнитный отклик обеспечивался вблизи магнитного резонанса разрезанных металлических колец, по сути являющихся миниатюрными колебательными контурами. Изображение такого материала показано на рисунке 1.3. Для СВЧ диапазона было получено рабочее устройство: параметрический усилитель встречных волн на СВЧ линии передач [32].

Отрицательное преломление может быть получено не только на границе раздела двух объемных сред, но и на метаповерхности, что для микроволн показано на плоском массиве компланарных медных структур [33].

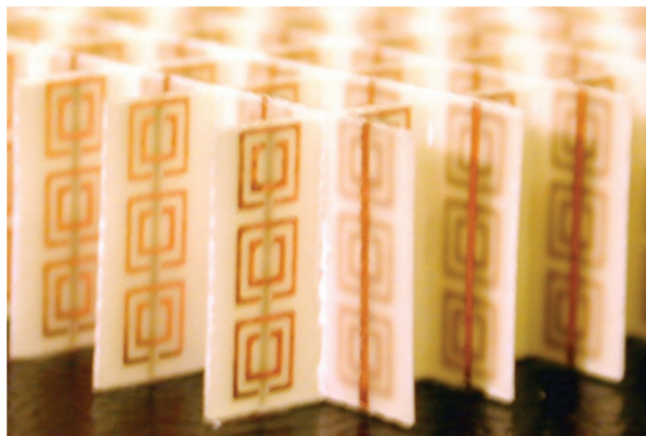


Рис. 1.3. Фотография NIM, состоящей из медных квадратных разрезанных колец и стержней [30].

Наиболее очевидным подходом к созданию оптических метаматериалов представляется путь миниатюризации метаматериалов СВЧ диапазона. Однако такая миниатюризация на данный момент не доступна методом оптической и рентгеновской литографии, применяемым в СВЧ области [34]. С другой стороны, элементы с плазмонным резонансом вносят в среду существенные потери [35]. Высокие омические потери – фундаментальная проблема, задающая критерий для поиска метода создания метаматериала. На сегодняшний день существует два основных подхода к решению этой задачи: активная компенсация потерь и их понижение за счёт конструктивных особенностей и подбора материала (пассивное). Активный подход в свою очередь можно подразделить на два направления. В первую очередь это усиление, осуществляемое при взаимодействии волн на специальных усиливающих элементах, помещённых в среду [36]. Фактически данная техника использует особенности параметрического взаимодействия встречных волн. Второе новое направление называется инъекция плазмонов, где компенсация потерь распространяющихся плазмон поляритонов происходит за счёт конструктивной интерференции с плазмон поляритонами



вводимыми извне [37]. Данный метод имеет под собой многообещающую теоретическую базу, однако не обоснован экспериментально.

Пассивное уменьшение потерь имеет очевидное преимущество перед активным, так как при этом не требуется дополнительное согласованная подача внешней энергии на внутренние усиливающие элементы. Оно может быть достигнуто за счёт замены металлических элементов на диэлектрические [34], использования сверхпроводниковых материалов [38] или в метаматериалах основанных на хиральном резонансе [39]. Использование сверхпроводниковых материалов позволило создать метаматериал с малыми потерями в терагерцовой области, однако продвижение в оптическую область затруднено наличием пороговой частоты сверхпроводимости. Работа над хиральными метаматериалами ведётся уже долгое время, но, несмотря на определённые успехи, реального решения проблемы до сих пор нет.

Кроме этого в обзоре [40] дан обзор путей к созданию плазмонного материала с низкими потерями. Такой материал мог бы быть создан благодаря искусственному расширению кристаллической решётки металлов, уменьшению в металлах количества носителей зарядов или увеличению количества носителей зарядов в полупроводниках путём сильного допирования.

### 1.2.2. Применение метаматериалов

Мы пришли к NIM в поисках среды с отрицательной дисперсии для реализации параметрического взаимодействия встречных волн. Однако NIM представляют интерес и в отрыве от задачи встречных волн. В первую очередь это создание суперлинзы, позволяющей преодолеть дифракционный предел фокусировки света [41, 42]. Преодоление дифракционного предела позволит повысить разрешение биомедицинских изображений, методов фотолитографии для создания более компактных микросхем, повысить скорость оптоволоконной передачи данных в сверхтонких волноводах [43].

Беспрецедентные возможности управления светом с помощью метамате-

риалов, в частности NIM, привели к созданию отдельного направления называемого трансформационной оптике. Главная идея трансформационной оптики заключается в том, что благодаря определённому распределению показателя преломления в пространстве, возможно достигнуть любого желаемого искривления светового луча [44]. И хотя многие полезные устройства трансформационной оптики могут быть получены с использованием обычных оптических материалов [45], использование NIM необходимо для многих приложений [46]. В первую очередь к трансформационным приложениям NIM относится эффект невидимости, то есть оболочки приводящие к огибанию светом предмета [47]. Кроме этого можно отметить устройство всестороннего широкополосного поглощения, позволяющее собрать излучение всех направлений в центре сферы без омических потерь, что может быть полезно для эффективного преобразования солнечной энергии [48, 49].

NIM обнаруживают и другие эффекты, как например захват радуги в NIM конической формы [50, 51]. Обширный потенциал NIM способствует росту интереса исследователей в области параметрического взаимодействия встречных волн, свойственного для них, как для активной компенсации омических потерь, так и в качестве параллельного процесса.

Существует отдельный класс метаматериалов, называемый гиперболические метаматериалы (Hyperbolic metamaterials, НММ) [52] – это оптические ультраанизотропные среды, имеющие отрицательный показатель преломления вдоль одной выделенной оси  $n_{\parallel} < 0$  и положительный в ортогональном к оси направлении  $n_{\perp} > 0$ . Изочастотная поверхность такой среды имеет вид гиперболоида. НММ частично перекрывают возможности NIM. На основе НММ также может быть создана гиперлинза (подобие суперлинзы), обладающая разрешающей способностью, преодолевающей оптический предел [53]. Однако гиперлинза имеет ряд недостатков в сравнении с суперлинзой – она разрешает лишь конечный дискретный спектр волновых векторов одной поляризации. Нелинейные гиперболические материалы позволяют также реализовать параметриче-

ское взаимодействие встречных волн – такие метаматериалы и их возможности были показаны в работах [54, 55]. В работах [56, 57] показано, что щелевой волновод из двух пластин НММ позволяет достичь высокой сосредоточенности электрического поля в щели, что приводит к увеличению эффективности параметрических процессов, если разместить в щели нелинейный материал. Кроме этого НММ позволяют создать сверхтонкие волноводы, толщиной относительно рабочей длины волны около  $\lambda/50$  [58] и конструировать плотность состояний системы [59].

Следует отметить, что оптические метаматериалы охватывают гораздо большую область применения, а не только НИМ и НММ. Вот лишь некоторые аспекты: они могут быть использованы в фотовольтаике [60], для обработки квантовой информации [61], или при аналоговой симуляции физических явлений [62]. В работе [63] экспериментально реализован широкополосный нанолазер на основе периодической структуры из золотых стержней. Также метаматериалы находят своё место в голографии. Так в работе [64] предлагается сверхтонкая трёхцветная голограмма, работающая в режиме прошедшего света, на основе метоповерхности из перфорированных монослоёв серебра.

### 1.3. Параметрические процессы с участием электромагнитных (оптических) волн

Важно заметить, что НИМ не является единственной возможностью фазового согласования встречных волн в среде с частотной дисперсией. К числу явлений, благодаря которым такое взаимодействие возможно, можно отнести также: обратное вынужденное рассеяние Мандельштам-Бриллюена (ВРМБ) [22, 65–67], вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) на фононах оптической ветви [68–70], квазисинхронизм в средах с пространственно периодической модуляцией нелинейной восприимчивости [71–84]. Необходимо отметить, что при взаимодействии встречных волн эффект аномального усиления (выше экс-

понижения) может достигаться только при условии превышения параметрического усиления над потерями [21]. Последнее накладывает очень жесткие условия на радиационную стойкость материала и его нелинейность. Учитывая этот факт, рассмотрим подробно каждое из перечисленных явлений.

### 1.3.1. Вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюена

На особенности взаимодействия встречных волн впервые обратил внимание Бобров Д. Л. [65] на примере вынужденного рассеяния Мандельштам-Бриллюена, выделив аномальное усиление не свойственное случаю сораспространяющихся волн. В дальнейшем эти идеи получили развитие в работах Харриса С. Е. [22, 85], в которых предлагалось создать беззеркальный параметрический генератор света с нулевыми граничными значениями амплитуд волн на генерируемых частотах (сигнальная и холостая частоты).

В эффекте ВРМБ участвуют акустическая волна и две оптических. В качестве излучения накачки рассматривается оптическая волна с максимальной частотой  $\omega_3$ , в качестве сигнальной и холостой волн рассматриваются оптическое излучение  $\omega_o$  и акустический фонон  $\omega_a$  соответственно, при условии  $\omega_3 = \omega_o + \omega_a$ . Поскольку фазовая скорость фонона составляет величину порядка  $10^5$  см/с, что на пять порядков меньше чем оптическая фазовая скорость, то условия фазового согласования может реализоваться в двух вариантах:  $k_3 = k_o + k_a$  – рассеяние вперёд и  $k_3 = -k_o + k_a$  – рассеяние назад (встречные волны). При этом частоты фононов  $\omega_a$  значительно меньше чем частоты фотонов  $\omega_o$  при рассеянии вперёд и назад отличаются друг от друга. Таким образом, при рассеянии назад ВРМБ может рассматриваться как параметрический процесс взаимодействия встречных волн, схема синхронизма для него приведена на рисунке 1.4а. Как отмечалось выше впервые на этот факт обратил внимание Бобров Д. Л., однако коэффициент затухания фонона в известных материалах значительно превышает коэффициент параметрического усиления и возрастание амплитуд фонона и фотона имеет экспоненциальный характер

вдоль среды. В соответствии со сформулированным выше требованием эффект встречной волны в известных автору работах не наблюдался, несмотря на обширную библиографию (см. например [67]).

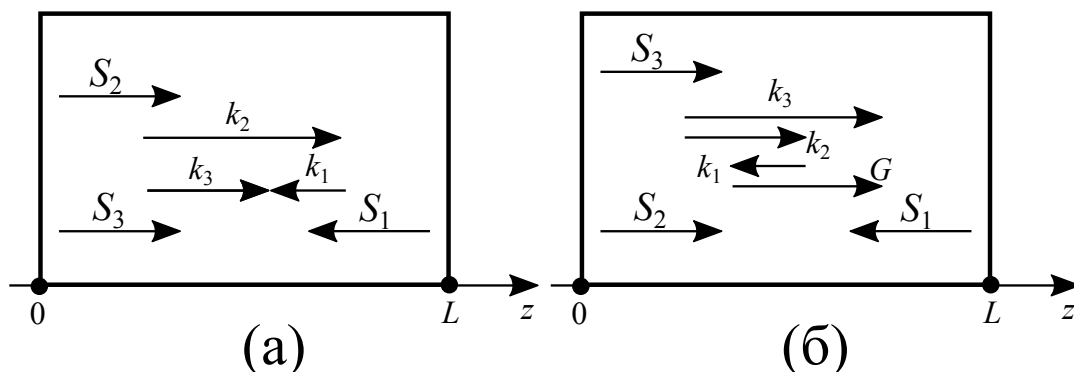


Рис. 1.4. Схемы фазового согласования трёх волн.  $k_{1,2,3}$  – волновые векторы волн,  $S_{1,2,3}$  – соответствующие направления распространения энергии. (а) – схема синхронизма встречных волн в случае ВРМБ. (б) – схема синхронизма встречных волн, в условиях квазисинхронизма.  $G$  – вектор обратной решётки модуляции нелинейной восприимчивости.

### 1.3.2. Вынужденное комбинационное рассеяние

Оптический фонон является единственным известным автору возбуждением с отрицательной дисперсией, встречающимся в природе. Таким образом, фазовое согласование встречных волн может быть достигнуто по схеме аналогичной, как в метаматериалах (сонаправленные волновые вектора и противоположенные групповые скорости), с той лишь разницей, что одной из взаимодействующих волн является оптический фонон. Такая схема теоретически возможна в случае вынужденного комбинационного рассеяния фотонов на оптических фононах.

Теоретическому исследованию возможности реализации режима встречных волн в ВКР посвящён цикл работ [68–70]. В этих работах было показано, что усиление выше экспоненциального при характерных параметрах известных кристаллов, может быть достигнуто при интенсивностях накачки порядка  $10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>, что делает невозможным экспериментальную проверку. Однако там

же было показано, что при длительности импульса накачки меньшим чем время релаксации фонона  $10^{-14}$  с этот режим может быть реализован в кристаллах длиной порядка несколько сантиметров при интенсивности накачки порядка  $10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup>. Насколько известно автору эксперименты в этом направлении не проводились.

### 1.3.3. Квазисинхронизм

Впервые электромагнитное параметрическое взаимодействие встречных волн наблюдалось в работе [23] в радиочастотной линии передач, в которой с помощью варакторов создавалась пространственная модуляция нелинейной ёмкости. Такой подход называется квазисинхронизмом. Вследствие того, что условия фазового синхронизма являются следствием закона сохранения импульса, они могут быть заменены другим выражением в случае, если в системе присутствует дополнительный "импульсный" вклад. Периодическая модуляция нелинейной восприимчивости среды обеспечивает этот дополнительный вклад, роль которого играет вектор обратной решётки модуляции  $\mathbf{G}$ . Благодаря данному подходу, в принципе любой трёхволновой процесс, согласованный по частотам, может быть согласован по фазе по схеме  $\mathbf{k}_3 \pm \mathbf{G} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  (Рис. 1.4б). Квазисинхронизм как подход для синхронизации параметрических процессов впервые был предложен в работе [86].

В дальнейшем эта идея получила развитие в ряде экспериментальных работ, с участием попутных волн в естественно выращенных кристаллах с квазипериодической модуляцией нелинейной восприимчивости [71–73], а также с искусственной переполаризацией нелинейной восприимчивости [74–76]. Так в работе [71] авторам удалось реализовать случайный квазисинхронизм для генерации удвоенной частоты фемтосекундных импульсов в область вакуумного ультрафиолета, в работе [72] получена эффективная перестраиваемая фемтосекундная фазовая синхронизация неколлинеарной генерации второй гармоники в рандомизированном нелинейном фотонном кристалле тетрабората стронция

в диапазоне от 355-460нм, в [73] показано, что нелинейные фотонные кристаллы тетрабората стронция являются привлекательной средой для кросс-корреляционных измерений в глубоком и вакуумном ультрафиолете. В кристаллах с искусственной переполаризацией.

Для реализации квазисинхронизма на основе периодически поляризованного искусственного кристалла наиболее популярными являются такие материалы как ниобат лития ( $\text{LiNbO}_3$ , LN) и танталат лития ( $\text{LiTaO}_3$ , LT), в работе [74] дан обзор по возможностям применения этих кристаллов для достижения высокоэффективного параметрического преобразования. Однако высокое фото-рефрактивное повреждение и высокие значения коэрцитивной силы поля ограничивают их использование в приложениях в видимом диапазоне и при высокой оптической мощности. Данный недостаток меньше проявляется, если LN и LT заменить на периодически поляризованный  $\text{KTiOPO}_4$  (Periodically Poled KTP, РРКТП) кристалл, который в свою очередь не позволяет достичь того же уровня пространственного и временного разрешения в силу слабой изученности. На основе РРКТП был создан генератор наносекундных импульсов с длиной волны накачки 1064 нм и выходной мощностью 60 мДж [75], в работе [76] дан обзор возможностей РРКТП кристаллов.

Отметим, что достаточно большой квазипериод в естественно выращенных кристаллах, а также ограниченная область прозрачности не позволяет реализовать условия фазового согласования для реализации взаимодействия встречных волн.

Однако, при искусственной пространственно периодической переполаризации нелинейной восприимчивости удаётся реализовать условия фазового согласования также и для встречных волн, что было показано в работах [77, 78]. Первый беззеркальный осцилятор работающий в инфракрасном диапазоне в режиме квазисинхронизма был изготовлен в 2007 году [79] на основе РРКТП кристалла. В работе [80] на примере волновода из NL с периодически модулированными параметрами, показано сильное усиление в режиме встречных волн.

В работе [81] теоретически исследована возможность создания встречного беззеркального резонатора на основе периодически поляризованных NL и TL. В периодической структуре можно достичь выполнения одновременно двух схем квазисинхронизма встречных волн, что показано на примере NL [82]. Подробное рассмотрение генерации второй гармоники при взаимодействии встречных волн в периодически поляризованных кристаллах представлено в обзоре [83].

Следует отметить, что аномальное усиление встречных волн достигается за счёт того, что волны, распространяясь друг на встречу другу в среде, вступают в распределённую в пространстве положительную обратную связь. Важно различать генераторы с распределённой обратной связью, в которых обратная связь образуется за счёт интерферированного отражения в среде с периодически модулированным показателем преломления (Так называемый distributed feedback laser, DFB laser), от обсуждаемой здесь распределённой обратной связи, возникающей за счёт взаимодействия встречных волн. Интерферированное отражение в DFB лазерах обеспечивает высокую частотную селективность и соответственно одномодовый режим [87]. В работе [84] предложена концепция DFB лазера с согласованным взаимодействием встречных волн, таким образом, двойная распределённая обратная связь может способствовать большей частотной селективности и минитюаризации генератора.

#### **1.4. Переходные процессы при параметрическом взаимодействии встречных волн**

Однако помимо аномального усиления на малом участке среды процессы параметрического взаимодействия встречных волн несут с собой временные особенности изменения амплитуд генерируемых волн. Если сравнивать, то при взаимодействии волн распространяющихся в одном направлении время отклика параметров выходного излучения на изменения параметров входного излучения не превышает времени, за которое свет самой медленной из взаимодействующих



волн проходит через рабочую среду. В случае взаимодействия встречных волн наблюдаются переходные процессы изменения характеристик выходного излучения с длительностью достигающей сотен проходов. Такие длительные процессы неизбежно будут влиять на работу устройства основывающегося на параметрическом взаимодействии встречных волн в импульсном режиме и потому нуждаются в исследовании. Исследованию данных процессов посвящена данная диссертация. Впервые на данную особенность обратил внимание А.С. Горшков при рассмотрении взаимодействия встречных радиоволн в нелинейной линии передач [23]. Он экспериментально наблюдал длительный переходной процесс изменения амплитуды сигнала на выходе и теоретически описал некоторые его особенности. Длительные переходные процессы свойственные для режима встречных волн были теоретически отмечены также при рассмотрении процесса комбинационного рассеяния света в кристаллах [88–90].

На примере волн в плазме было показано, что параметрическое взаимодействие трёх бегущих с разной скоростью в одном направлении импульсов также связано с длительными процессами [91]. Как будет показано в данной диссертации, это явление имеет прямое отношение к переходным процессам при взаимодействии встречных волн и является их частным случаем. В той же работе была показана взрывная динамика при взаимодействии с отрицательной волной. Отрицательная волна – это волна обладающая отрицательной энергией [92]. Амплитуда такой волны растёт по мере того как она передаёт энергию в ходе параметрического процесса. Взрывная динамика отрицательной волны характеризуется неограниченным нелинейным ростом амплитуды и связано с наличием положительной обратной связи между амплитудами генерируемых волн. Следует различать отрицательные волны и волны, распространяющиеся с отрицательной дисперсией. Оба этих вида волн отличаются от обычных волн и друг от друга выбором знаков перед членами в укороченных уравнениях. Взрывная динамика отрицательных волн имеет мало общего с аномальным ростом при взаимодействии встречных волн в среде с отрицательной дисперсией.

В работах [93–96] было рассмотрено четырёхволновое параметрическое взаимодействие встречных магнитоэластичных волн. Кубическая нелинейность [97] и фазовый синхронизм в данных работах предлагается реализовывать путём периодической модуляции квадратичной нелинейности. Здесь рассматривается возможность формирования и особенности солитонов, возникающих при четырехволновом взаимодействии встречных волн [98] и отличающихся взрывным ростом аналогичным взрывной динамике взаимодействия с отрицательной волной. Показана возможность каскадной генерации четвёртой гармоники, с использованием этих принципов [99]. В данной диссертации будут рассмотрены особенности переходных процессов при трёхволновом параметрическом смешении встречных волн, для которых не характерно возникновение солитонов [98].

Кроме монотонных изменений амплитуды во времени взаимодействие встречных волн может вызывать пульсацию генерируемой волны как периодическую так и хаотическую [80] периодическая пульсация может быть достигнута за счёт неточного фазового согласования, хаотическое расщепление импульса на мелкие пички обнаруживается в случае, когда усиление достаточно велико для быстрого преобразования накачки [100].

Стоит отметить, что обсуждаемые в данной диссертации временные особенности связаны только с пространственной нелокальностью отклика, обусловленной взаимодействием встречных волн. В то же время при взаимодействии встречных волн, например, в случае рассеяния Мандельштамма-Брюллиена может проявляться временное поведение обусловленное временной нелокальностью отклика, то есть инерцией акустических колебаний [101].

Экспериментальное исследование изменения спектра импульса накачки, при трёхволновом смешивания встречных волн было произведено в периодически поляризованном КТР кристалле [102]. При этом было показано, что фазовая модуляция при взаимодействии встречных волн сохраняется. Благодаря модуляции спектра накачки, по провалу в спектре была определена временная задержка начала генерации или время переходного процесса.

Данная диссертация посвящена исследованию переходных процессов при параметрическом трёхволновом взаимодействии встречных волн в отсутствие дифракции и первом приближении дисперсии. В диссертации численными методами исследуются особенности переходных процессов при входе полубесконечных импульсов волн в среду, а также временные искажения конечных импульсов сигнала и накачки. Исследуется влияние на ход процесса воличины параметров усиления, потерь и фазового рассогласования.

## Глава 2

# Переходные процессы при параметрическом взаимодействии встречных волн в приближении заданной накачки

## 2.1. Введение

В данной диссертации для анализа переходных процессов параметрического взаимодействия встречных волн будет использоваться метод медленно меняющихся амплитуд [13, 17]. Необходимо отметить, что использование системы трёх уравнений в традиционной форме даёт адекватные результаты для случая попутных волн. При этом такие же адекватные результаты получаются для встречных волн при рассмотрении процессов вынужденного рассеяния Мандельштамма-Бриллюена и взаимодействие в условиях квазисинхронизма. Однако, для взаимодействия волн в средах с отрицательной дисперсией, в частности вынужденного комбинационного рассеяния на оптической фононной ветви и NIM, использование системы уравнений в традиционной форме приводит к физически неверным результатам, очень похожим на результаты, полученные для волн с отрицательной энергией: невыполнение закона сохранения энергии, соотношений Мэнли-Роу и т.п. [92]. Поэтому необходимо разработать методику вносящую поправки в систему укороченных уравнений, которая бы позволила получить физически обоснованные результаты. Отметим, что такие поправки для ВКР на оптической фононной ветви были получены в работе [66] на основе неявно высказанных представлений о пространственной дисперсии оптических фононов. В дальнейшем эти поправки были перенесены по аналогии и для системы уравнений взаимодействия электромагнитных волн в NIM, на основе феноменологического подхода, базирующегося только на временной дисперсии

[21, 103].

Представляется целесообразным получить правильную систему укороченных уравнений из первых принципов, с учётом как временной так и пространственной дисперсии.

В данной главе описывается вывод укороченных уравнений для волн с отрицательной дисперсией и системы укороченных уравнений для взаимодействующих волн. На основе этой системы в приближении заданной накачки решается нестационарная задача трёхволнового параметрического взаимодействия встречных полубесконечных волн. Выделяются части переходных процессов, обнаруживаемых при решении данной задачи, и исследуются их особенности.

## **2.2. Укороченное уравнение для волн, распространяющихся в среде с отрицательной дисперсией**

Среды с отрицательной дисперсией имеют одновременно отрицательные значения диэлектрической восприимчивости  $\epsilon < 0$  и магнитной проницаемости  $\mu < 0$ . Таким образом, среды с отрицательной дисперсией являются принципиально магнитными (для немагнитных сред  $\mu = +1$ ). Одновременное рассмотрение электрической и магнитной дисперсии при решении задачи распространения волн приводит к ряду сложностей, связанных со смешиванием магнитной и электрической составляющей поля в волновом уравнении. Существует, однако, подход, основанный на том, что электрическое и магнитное поле связаны между собой законом индукции: фактически временную магнитную нелокальность отклика среды можно рассматривать как одно из проявлений пространственной нелокальности электрического отклика. Данный подход был предложен у Ландау и Лившица [104]. Возможность его применения для решения задачи дисперсии в средах с отрицательной рефракцией была показана в работах

Аграновича В.М. [28]. В работе [105] показано, что рассмотрение лишь локального отклика системы в среде с отрицательной рефракцией ограничено, в то время как введение пространственной и частотной дисперсии для эффективной диэлектрической проницаемости помогает описать магнитное поведение любой сложности. Воспользуемся этим подходом для вывода укороченного уравнения распространения волны с отрицательной рефракцией.

Во первых запишем уравнения Максвелла, на которых основывается электродинамика сплошных сред [104]. Уравнения Максвелла связывают поля  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$  - напряженность электрического поля, магнитного, электрическая индукция и магнитная соответственно:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0; \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; & \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0\end{aligned}\quad (2.1)$$

Свойства среды характеризуются материальными уравнениями, описывающими электрический и магнитный отклик:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}; \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} \quad (2.2)$$

Здесь  $c$  - скорость света;  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{M}$  - поляризация среды и намагниченность.

Теперь используя упомянутый выше подход [28], перейдём к нелокальному в пространстве и времени электрическому отклику, полагая магнитный отклик равным нулю. Материальные уравнения перепишутся следующим образом:

$$\mathbf{D} = \tilde{\epsilon}(\omega, k)\mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} \quad (2.3)$$

Тензор обобщенной диэлектрической проницаемости  $\tilde{\epsilon}(\omega, k)$  задаётся в виде:

$$\epsilon_l = \epsilon; \quad \epsilon_{tr}(\omega, k) = \epsilon(\omega) + \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left( 1 - \frac{1}{\mu(\omega)} \right); \quad (2.4)$$

где  $\epsilon_l$  - продольная, и  $\epsilon_{tr}(\omega, k)$  - поперечная составляющие тензора соответственно. Положим продольную составляющую равной нулю. Волновой вектор  $k$  зависит от частоты  $\omega$  как  $k = n\omega/c$  и показатель преломления  $n$  определяется соотношением:

$$n^2 = \epsilon_{tr}(\omega, k) \quad (2.5)$$

Далее будем рассматривать обобщенную линейную восприимчивость  $\tilde{\chi}$ , которая связана с проницаемостью как  $\tilde{\epsilon}(\omega, k) = 1 - 4\pi\tilde{\chi}(\omega, k)$ . Материальное уравнение в этом случае примет вид:

$$\mathbf{D} = (1 - 4\pi\tilde{\chi}(\omega, k))\mathbf{E}; \quad \mathbf{E} = \mathbf{E} + \mathbf{P}(\omega, k); \quad (2.6)$$

Из материальных уравнений Максвелла и материальных уравнений, определённых новым образом, может быть получено волновое уравнение, допускающее разделение переменных:

$$-\Delta\mathbf{E} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\hat{\mathbf{P}}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.7)$$

, где  $\hat{\mathbf{P}} = \mathbf{P} + \mathbf{P}^{nl}$  - поляризация, возбуждаемая внешним полем - сумма линейной и нелинейной поляризации. Нелокальная во времени и пространстве поляризация может быть записана через нелокальный отклик как сумма приближений восприимчивостей разного порядка:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}(z, t) = & \int_0^\infty dt' \int_{-\infty}^\infty dz' \chi^{(1)}(z', t') \mathbf{E}(z - z', t - t') + \\ & + \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \int_{-\infty}^\infty dz' \int_{-\infty}^\infty dz'' \\ & \mathbf{E}(z - z', t - t') \chi^{(2)}(z', t', z'', t'') \mathbf{E}(z - z'', t - t'') \quad (2.8) \end{aligned}$$

Здесь  $z$  – пространственная координата (рассматривается одномерный случай, что соответствует приближению плоских волн);  $\chi^{(1)}$  и  $\chi^{(2)}$  – тензоры, компоненты восприимчивости первого и второго порядка соответственно. Они несут смысл тензорных функций Грина и характеризуют линейный и нелинейный отклик среды. Далее будем рассматривать изотропную среду, что позволяет использовать уравнение (2.8) в скалярной форме. Поле плоских волн, распространяющихся вдоль оси  $z$ , будем задавать в виде:

$$E(z,t) = A(z,t)e^{i(\omega t - kz)} \quad (2.9)$$

Разложим амплитуду поля  $A(z,t)$  в степенной ряд, полагая её медленно меняющейся в окрестностях каждой точки  $[z', t']$ :

$$A(z - z', t - t') = A(z,t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left( (-t')^n \frac{\partial^n A(z,t)}{\partial t^n} + (-z')^n \frac{\partial^n A(z,t)}{\partial z^n} \right) \quad (2.10)$$

С помощью выражения для поля (2.9) и выражения для амплитуды (2.10) формула поляризации (2.8) переходя к обобщённой линейной восприимчивости  $\chi^{(1)}(\omega, k)$ , зависящую от частоты и волнового вектора, может быть преобразована следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{P}(z,t) = P(z)e^{i(\omega t - kz)}; \quad P(z) = \chi^{(1)}(\omega, k)A(z,t) + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \left( (-1)^n \frac{\partial^n \chi^{(1)}(\omega, k)}{\partial \omega^n} \frac{\partial^n A(z,t)}{\partial t^n} + \frac{\partial^n \chi^{(1)}(\omega, k)}{\partial k^n} \frac{\partial^n A(z,t)}{\partial z^n} \right); \end{aligned} \quad (2.11)$$

Оставляя только члены первого порядка (первое приближение теории дисперсии) перейдём от (2.11) к упрощённой формуле:

$$\begin{aligned} \hat{P}(z,t) = \left( \chi^{(1)}(\omega, k)A(z,t) - i \frac{\partial \chi^{(1)}(\omega, k)}{\partial \omega} \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + \right. \\ \left. + i \frac{\partial \chi^{(1)}(\omega, k)}{\partial k} \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} \right) e^{i(\omega t - kz)}; \end{aligned} \quad (2.12)$$



подставим полученное выражение в волновое уравнение (2.7). При этом воспользуемся приближением медленно меняющихся амплитуд, отбрасывая производные высших порядков  $\partial^2/\partial t^2 = 0$ ,  $\partial^2/\partial z^2 = 0$ . Таким образом, получим укороченное волновое уравнение:

$$2i\beta \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} + 2i\zeta \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} = 0 \quad (2.13)$$

Здесь введены новые обозначения:

$$\beta = k - \omega^2 \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial \chi^{(1)}(\omega, k)}{\partial k}; \quad \zeta = \frac{\omega}{c^2} \left[ \left( 1 + 4\pi \chi^{(1)}(\omega, k) \right) + 2\pi \omega \frac{\partial \chi^{(1)}(\omega, k)}{\partial \omega} \right]; \quad (2.14)$$

Из тех же соображений можно получить дисперсионное соотношение между частотой  $\omega$  и волновым вектором  $k$ :

$$\omega^2 \left( 1 + 4\pi \chi^{(1)}(\omega, k) \right) = k^2 c^2 \quad (2.15)$$

Волновой вектор здесь в общем случае комплексный, так как  $\chi^{(1)}(\omega, k)$  – величина комплексная для поглощающей среды.

Из закона дисперсии можно получить вычислить групповую скорость волны  $v$ . Выражение может быть записано в терминах диэлектрической и магнитной проницаемостей через их связь с линейной восприимчивостью:

$$v = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\zeta}{\beta} = \frac{\frac{c^2 k}{\mu}}{\omega \left( \epsilon \mu + \frac{1}{2} \frac{\partial(\epsilon \mu)}{\partial \omega} \right)} \quad (2.16)$$

Второе слагаемое в знаменателе пропорционально объемной плотности энергии – величина принципиально положительная [28]. Таким образом, весь знаменатель положителен если  $\epsilon$  и  $\mu$  имеют одинаковый знак. Знак групповой скорости в этом случае определяется числителем выражения (2.16). Следовательно групповая скорость отрицательна, когда  $\epsilon$  и  $\mu$  одновременно отрицательны.

Фазовая скорость в таком случае будет направлена в направлении противоположном групповой – что соответствует явлению отрицательной дисперсии.

Воспользовавшись (2.6) перепишем определения (2.14) также в терминах магнитной и диэлектрической проницаемости.

$$\beta = \pm \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}; \quad \zeta = \frac{\omega}{c^2} \left( \epsilon\mu + \omega \frac{1}{2} \frac{\partial(\epsilon\mu)}{\partial\omega} \right); \quad (2.17)$$

Среде с положительным показателем преломления соответствует положительный знак  $\beta$ , с отрицательным – отрицательный.

Из волнового уравнения (2.7) и определений поляризации (2.8) и поля (2.9) могут быть получены укороченные уравнения связывающие амплитуды волн в процессе взаимодействия.

### 2.3. Параметрическое взаимодействие волн с отрицательной дисперсией

Рассмотрим три волны с частотами  $\omega_j$  и комплексными значениями волновых векторов  $k_j = k'_j + ik''_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), распространяющиеся и взаимодействующие в нелинейной среде вдоль оси  $z$ . И хотя среды с отрицательной дисперсией являются принципиально магнитными средами, выше было показано, что подход, основанный на введении обобщенной диэлектрической проницаемости нелокальной во времени и пространстве, позволяет перейти к рассмотрению только электрической составляющей поля. Электрическое поле каждой из волн запишем как  $E_j(z, t) = A_j(z, t)e^{i(\omega_j t - k_j z)}$ , здесь  $A_j$  – амплитуда поля. Будем считать, что частоты взаимодействующих волн удовлетворяют условию сохранения энергии  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ , что необходимо для протекания параметрического процесса. Кроме этого будем использовать приближение медленно меняющихся амплитуд, отбрасывая все вторые производные по амплитуде. Также положим, что выполняются условия Клеймана, согласно которым нелинейные восприимчивости одинаковы для всех частот  $\chi_j^{(2)} = \chi^{(2)}$  [106]. Тогда амплитуды нелинейной

составляющей поляризации на каждой из частот  $P_j^{nl}$  может быть получена из (2.8):

$$\begin{aligned} P_1^{nl} &= \chi^{(2)} A_3 A_2^* e^{-i(k_3 - k_2)z}; \\ P_2^{nl} &= \chi^{(2)} A_3 A_1^* e^{-i(k_3 - k_1)z}; \\ P_3^{nl} &= \chi^{(2)} A_1 A_2 e^{-i(k_1 + k_2)z}; \end{aligned} \quad (2.18)$$

Здесь  $*$  – обозначает комплексно сопряженную величину. Благодаря тому, что среда изотропна групповые скорости и волновые вектора всех волн коллинеарны. Тогда по аналогии с (2.13) система уравнений для амплитуд волн запишется в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial A_1(z,t)}{\partial z} + \frac{\zeta_1}{\beta_1} \frac{\partial A_1(z,t)}{\partial t} = -i \frac{1}{\beta_1} \frac{2\pi}{n} \omega_1^2 \chi^{(2)} A_3 A_2^* e^{-i\Delta k z + (k_3'' - k_1'' + k_2'')z}; \\ \frac{\partial A_2(z,t)}{\partial z} + \frac{\zeta_2}{\beta_2} \frac{\partial A_2(z,t)}{\partial t} = -i \frac{1}{\beta_2} \frac{2\pi}{n} \omega_2^2 \chi^{(2)} A_3 A_1^* e^{-i\Delta k z + (k_3'' + k_1'' - k_2'')z}; \\ \frac{\partial A_3(z,t)}{\partial z} + \frac{\zeta_3}{\beta_3} \frac{\partial A_3(z,t)}{\partial t} = -i \frac{1}{\beta_2} \frac{2\pi}{n} \omega_3^2 \chi^{(2)} A_1 A_2^* e^{i\Delta k z + (-k_3'' + k_1'' + k_2'')z}; \end{cases} \quad (2.19)$$

где  $\Delta k = k_3' - k_2' - k_1'$  – величина фазового рассогласования.

Таким образом, параметр  $\beta$  несущий в себе знак, определяющий волну с отрицательной дисперсией, перешёл в качестве делителя на второе слагаемое в уравнений, где определил знак групповой скорости  $v_{1,2,3} = \beta_{1,2,3}/\zeta_{1,2,3}$  (2.16), и на правую сторону уравнений. Полученные здесь уравнения получены с учетом временной и пространственной дисперсии могут быть трансформированы, как принято в литературе в уравнения с чисто временной дисперсией и введении диэлектрической  $\epsilon$  и магнитной проницаемости  $\mu$ . При этом  $\epsilon$  и  $\mu$  выражаются через  $\beta$  и  $\zeta$  с использованием соотношений (2.17).

Воспользуемся нормировкой  $a_j = \omega_j^{1/2} \epsilon_j^{1/4} \mu_j^{-1/4} A_j e^{k_j'' z}$  и введём обозначения  $K = \chi^{(2)} 8\pi c^{-1} (\mu_1 \mu_2 \mu_3)^{1/4} (\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3)^{-1/4} (\omega_1 \omega_2 \omega_3)^{-1/2}$  – коэффициент связи;  $\alpha_j = -2k_j'' \omega_j^{-1/2} \epsilon_j^{-1/4} \mu_j^{1/4}$  – показатель поглощения среды на частоте  $\omega_j$ . Тогда система

перепишется следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial a_1(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial a_1(z,t)}{\partial t} = \pm [iK a_3 a_2^* e^{-i\Delta k z} + a_1 \alpha_1 / 2]; \\ \frac{\partial a_2(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial a_2(z,t)}{\partial t} = \pm [iK a_3 a_1^* e^{-i\Delta k z} + a_2 \alpha_2 / 2]; \\ \frac{\partial a_3(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v_3} \frac{\partial a_3(z,t)}{\partial t} = \pm [iK a_1 a_2 e^{i\Delta k z} + a_3 \alpha_3 / 2]; \end{cases} \quad (2.20)$$

Не смотря на то, что система (2.20) была выведена для волн с отрицательной дисперсией она фактически совпадает с уравнениями полученными для рассеяния оптических волн на фононе в книге [66], которые являются случаем взаимодействия встречных волн в среде с пространственной дисперсией. Система (2.20) имеет универсальный характер и может применяться для рассмотрения взаимодействия встречных или попутных волн любой природы.

Выбор знака правой части уравнений системы (2.20) определяет выбор направления распространения волны. Для волны распространяющейся в положительном направлении оси  $z$  следует выбирать знак "+", для отрицательного направления знак "-".

Следует также заметить, что при рассмотрении ограниченной одномерной оптической среды с использованием данных уравнений, граничные условия каждой из волн следует задавать на той границе среды, которая соответствует их направлению распространения. Так для волн с положительным направлением граничные условия задаются на левой границе среды (со стороны меньших  $z$ ), для отрицательного направления – на правой (со стороны больших  $z$ ).

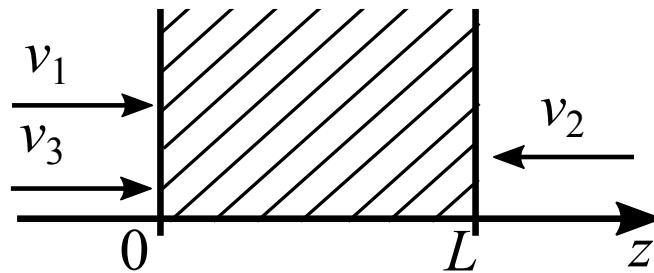


Рис. 2.1. Схема распространения взаимодействующих волн относительно среды

Эта система является основой для всех дальнейших исследований пред-

ставленных в данной диссертации. При этом будет рассматриваться трёхволновой распад накачки с частотой  $\omega_3$  сопровождающийся усилением холостой и сигнальной волн на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно. Холостую волну  $\omega_1$  полагаем распространяющейся в отрицательном направлении  $v_1 < 0$ , накачка  $\omega_3$  и сигнал  $\omega_2$  распространяются в положительную сторону  $v_2, v_3 > 0$ .

Везде кроме конца четвёртой главы будем рассматривать ограниченную нелинейную среду длиной  $L$ , в которой происходит взаимодействие волн (Рис. 2.1).

## 2.4. Модель взаимодействия вступенных волн в приближении заданного поля (линейное приближение)

В ходе данной главы будем использовать приближение постоянной накачки, которое подразумевает, что величина поля накачки в рассматриваемой задаче значительно превосходит поля генерируемых волн  $a_3 \gg a_1, a_2$ . Таким образом, первое слагаемое в правой части уравнения (2.20) становится пренебрежимо малым. Кроме этого будем считать, что в среде отсутствуют потери на частоте накачки  $\alpha_3 = 0$ . Тогда система уравнений переписется следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial a_1(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial a_1(z,t)}{\partial t} = -iK a_3 a_2^* e^{-i\Delta kz} - a_1 \alpha_1 / 2; \\ \frac{\partial a_2(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial a_2(z,t)}{\partial t} = iK a_3 a_1^* e^{-i\Delta kz} + a_2 \alpha_2 / 2; \\ \frac{\partial a_3(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v_3} \frac{\partial a_3(z,t)}{\partial t} = 0; \end{cases} \quad (2.21)$$

При исследовании временного поведения, какой либо системы, в первую очередь представляет интерес отклик системы на стационарное, не изменяющееся во времени, воздействие. Однако решение нестационарной задачи подразумевает также нестационарные начальные условия, которые начинают действовать в какой-то момент времени. Поэтому в этой главе рассмотрим квази-

стационарную задачу – отклик среды на полубесконечный импульс. Другими словами здесь будет рассмотрено, как включается параметрический процесс в момент включения внешнего поля, подразумевая что резкий фронт внешнего поля появляется на границе среды и быстро её заполняет (с групповой скоростью  $v$ ), ожидаем обнаружить немгновенное включение системы (переходной процесс гораздо более длительный чем распространение фронта через среду). Под включением системы будем понимать её переход в динамическое равновесие, когда значение полей на выходе из среды соответствует стационарному решению.

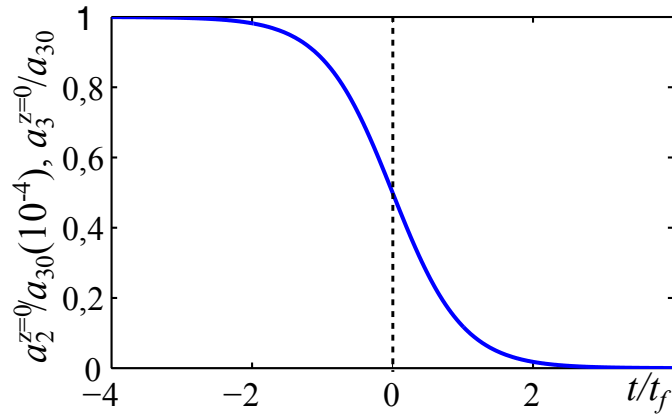


Рис. 2.2. Профиль амплитуды полубесконечного импульса, входящего в среду задаваемого выражением  $a = a_0/2(2 - \tanh(t/t_f))$ . По оси абсцисс отложено время, нормированное на характерную ширину ступеньки  $t_f$ . По оси ординат отложена амплитуда поля сигнала на входе в среду  $a_2^{z=0}$  и поля накачки на входе в среду  $a_3^{z=0}$  в зависимости от выбора режима.

Рассмотрим два возможных вида граничных условий:

Во-первых будет рассмотрена модель параметрического усилителя: через среду непрерывно подаётся накачка  $a_3^{z=0} = a_{30}$ ; в среду входит полубесконечный слабый импульс сигнала в виде ступеньки  $a_2^{z=0} = a_{20}/2(2 - \tanh(t/t_f))$  (Рис. 2.2);  $t_f = 0,05L/v$  – крутизна фронта импульса;  $v = -v_1 = v_2 = v_3$  – групповые скорости волн полагаем равными; уровень сигнала  $a_{20}/a_{30} = 10^{-4}$ ; холостая волна в среде изначально отсутствует  $a_1^{z=L} = 0$ ; момент времени  $t = 0$  соответствует прохождению центра волнового фронта, входящего в среду, через границу среды.

Во-вторых рассмотрим модель параметрического генератора, симметричную первой задаче: через среду непрерывно подаётся сигнал  $a_2^{z=0} = a_{20}$ ; в среду входит полубесконечный импульс накачки в виде ступеньки (Рис. 2.2)  $a_3^{z=0} = a_{30}/2(2 - \tanh(t/t_f))$ ;  $t_f = 0,05L/v$ ;  $v = -v_1 = v_2 = v_3$ ;  $a_{20}/a_{30} = 10^{-4}$ ;  $a_1(z = L) = 0$ .

## 2.5. Результаты численного моделирования временного моделирования амплитуд

Задача решалась методами численного моделирования с использованием программных пакетов MATLAB и COMSOL. На Рис 2.3 сплошной линией показана зависимость нормированной интенсивности сигнала на выходе из среды  $T_2 = |a_2^{z=L}/a_{20}|^2$  от нормированного времени в режиме усилителя, полученная при разных значениях параметров усиления  $a_{30}KL$ . Для наглядности время здесь нормировано на время группового запаздывания  $\Delta t = L/v$  – время за которое волновой фронт распространяется через среду.

В случае решения задачи взаимодействия сораспространяющихся волн ( $v_1 = +v$ ,  $a_1^{z=0} = 0$ ) достигается относительно небольшое усиление сигнала – этому случаю, с амплитудой умноженной в 2000 раз, на графике соответствует пунктирная линия. Случай встречных волн при тех же значениях параметров  $a_{30}KL = 0,996\pi/2$  (серые круги) связан с гораздо большим усилением ( $2,4 \times 10^4$  раза против 1,2 раза). Такое отличие характерно для взаимодействия встречных волн [21].

Продолжая сравнивать эти два случая, можно заметить ещё одно яркое отличие: время, за которое система переходит в стационарный режим в задаче сораспространяющихся волн намного короче чем в задаче встречных волн –  $\Delta t$  против сотен  $\Delta t$ . Таким образом, в случае взаимодействия встречных волн наблюдается ярко выраженный переходной процесс изменения амплитуды сигнала на выходе из среды, имеющий аномальную длительностью  $\tau \gg \Delta t$ ,

который наблюдался также в работе [88].

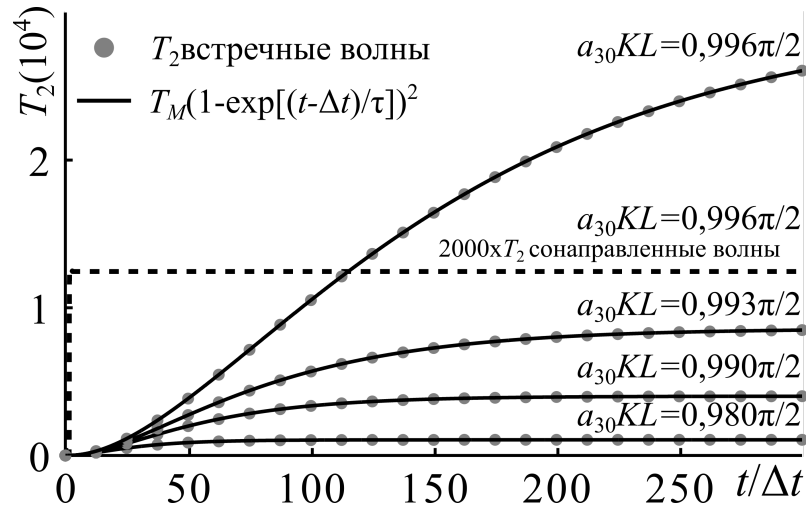


Рис. 2.3. Временная зависимость коэффициента усиления  $T_2$  переходного процесса взаимодействия встречных волн в режиме усилителя (серые круги), соответствующие им аппроксимации  $T_2 = T_M(1 - e^{-(t-t_c)/\tau})^2$  (сплошные линии) и сонаправленных волн со значениями увеличенными в 2000 раз (пунктирная линия) при разных значениях параметров усиления  $a_{30}KL$ .

Более подробный анализ кривых приведённых на рисунке 2.3 даётся далее.

Несмотря на то, что в рассматриваемых здесь случаях достигается достаточно большое усиление  $T_2 \approx 2,4 \times 10^4$ , приближение заданного поля остаётся справедливым так как интенсивность усиленного сигнала на 4 порядка меньше интенсивности накачки. Нужно однако помнить, что поля накачки всё же изменяется. Это может играть большую роль при больших полях. Временные изменения амплитуды накачки и их влияние будут исследованы в следующей главе.

### 2.5.1. Отличие во временном поведении холостой и сигнальной волны на выходе из среды

Временное поведение амплитуды холостой волны имеет такой же вид, однако имеются незначительные отличия на раннем этапе процесса (Рис. 2.4), которые становятся незначительными уже к моменту времени  $t = 2\Delta t$  [2].



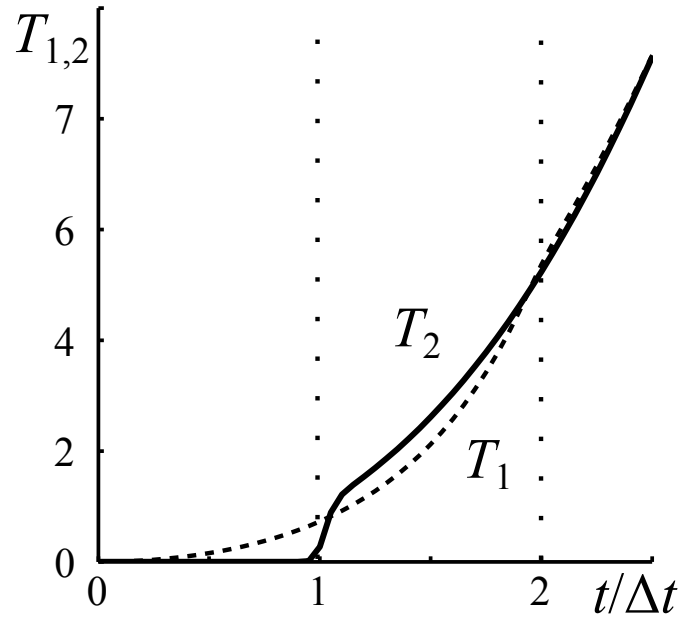


Рис. 2.4. Временная зависимость коэффициента усиления переходного процесса взаимодействия встречных волн. Сигнальной волны  $T_2 = |a_2^{z=L}/a_{20}|^2$  (сплошная линия) и холостой встречной волны  $T_1 = |a_1^{z=0}/a_{20}|^2$  (пунктирная линия) в режиме усиления на раннем этапе времени при  $a_{30}KL = 0,984\pi/2$

Отличие в поведении холостой и сигнальной волны на первом этапе времени легко объяснить. Параметрический процесс включается в среде, только когда в ней появляется сигнальная волна – она входит в среду в точке  $z = 0$ . Тогда вблизи точки  $z = 0$  в среде начинается активная генерация холостой волны, которая распространяется в отрицательном направлении оси  $z$ , и точка  $z = 0$  является для неё точкой выхода. Таким образом, холостая волна появляется на выходе фактически сразу в момент вхождения сигнала в среду (в момент времени  $t = 0$ ), и функция коэффициента усиления  $T_1 = |a_1^{z=0}/a_{20}|^2$  начинает расти с момента времени  $t = 0$ . С другой стороны сигнальная волна распространяется в положительном направлении, и точкой выхода для неё является другой конец среды  $z = L$ . Сигнальная волна появляется на соответствующем ей выходе из среды не раньше чем пересечёт пространство среды со своей групповой скоростью – это время  $t = \Delta t = L/v$  – только с этого момента на графике наблюдается рост функции  $T_2 = |a_2^{z=L}/a_{20}|^2$ . Таким образом, в момент  $t = \Delta t$  обе генерируемые волны асимметрично выходят из двух разных

концов среды. Эти волны усиливают генерацию друг друга и асимметрия в величинах этих волн поражает асимметрию в их связи: большая по амплитуде волна способствует скорейшей генерации меньшей волны. Асимметрия в связи способствует выравниванию амплитуд волн, однако распространение усиленной волны требует времени. В первом приближении время, которое необходимо для распространения изменений, порождённых асимметричностью амплитуд на концах среды, от одного конца среды до другого равно времени распространения волны  $\Delta t$ .

Таким образом, амплитуды будут совпадать после того как выполнятся два условия: сигнальная выйдет из среды; изменения, порождённые асимметрией амплитуд на концах среды, распространятся от одного конца до другого. Выполнение каждого из условий занимает промежуток времени равный времени группового запаздывания  $\Delta t$  – в первом приближении генерируемые волны должны совпадать после момента времени  $t = 2\Delta t$ , что согласуется с полученным результатом.

### **2.5.2. Отличие во временном поведении усиленной волны в зависимости от выбора режима**

На ранний этап процесса также влияет выбор граничных условий (режим усилителя и режим генератора), разница показана на рис.2.5 почти сразу после момента времени  $t = \Delta t$  линии, отвечающие этим режимам, сливаются в одну.

Такое явление происходит потому, что накачка и сигнал распространяются в обоих случаях в одном направлении с одной групповой скоростью. Процесс происходит только в тех точках среды в которых присутствуют колебания хотя бы двух волн. Пока одна волна распространяется в среде где присутствует только одна другая волна – процесс запускается только в точках, пересекаемых распространяющимся фронтом. Не важна какая именно волна включает процесс, накачка в среде с сигнальной волной или сигнал в среде с накачкой, условия на распространяющемся фронте будут одинаковыми. Поэтому к момен-

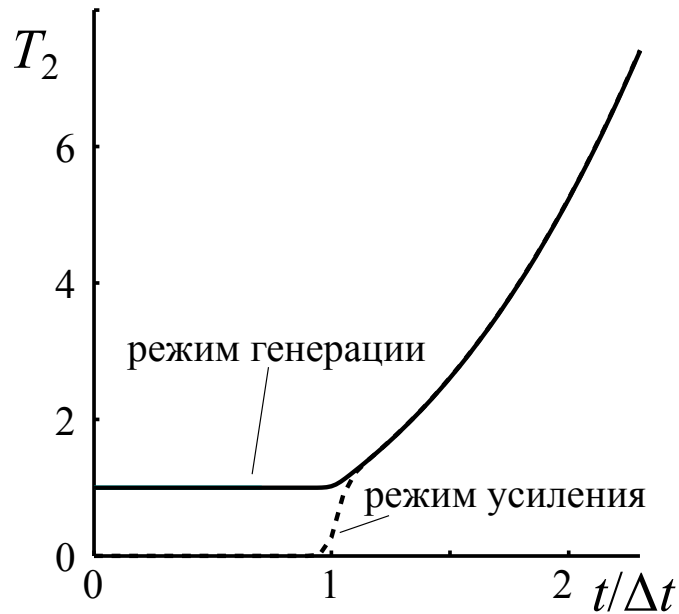


Рис. 2.5. Временная зависимость коэффициента усиления  $T_2$  переходного процесса взаимодействия встречных волн в режиме генератора (сплошная линия) и в режиме усиления (пунктирная линия) на раннем этапе времени при  $a_{30}KL = 0,984\pi/2$

ту, когда распространяющаяся ("включающая") волна пересечёт среду  $t = \Delta t$  в среде образуется одинаковое для обоих режимов распределение интенсивности волн.

### 2.5.3. Структура переходного процесса

Таким образом, процесс можно условно разделить на два этапа: ранний этап  $t < 2\Delta t$ , на котором поведение амплитуды отличается для генерируемых волн и зависит от выбора режима; поздний этап  $t > 2\Delta t$ .

Так как на ход процесса на позднем этапе не влияет выбор наблюдаемой волны и выбор режима, далее везде будет рассматриваться только режим усилителя на примере сигнальной волны.

### 2.5.4. Аппроксимация позднего этапа процесса

Разделение этапов на ранний и поздний имеет значение ещё и потому, что поведение амплитуды на позднем этапе хорошо аппроксимируется зависимо-

стью вида [1]:

$$a_1^{z=0}, a_2^{z=L} = a_M(1 - e^{-(t-t_c)/\tau}) \quad (2.22)$$

Здесь  $a_M$ ,  $t_c$  и  $\tau$  – параметры аппроксимации. согласие этой формулы с численными результатами показано на рис 2.3 (коэффициент усиления пропорционален квадрату амплитуды  $T_2 \sim a_2^2$ ). Формула (2.22) является характерной для линейных переходных процессов, хорошо изученных в радиотехнике, например процесс зарядки конденсатора. Эта особенность позволяет использовать накопленный в радиотехнике опыт изучения переходных процессов для изучения временных особенностей, возникающих при параметрическом взаимодействии встречных волн, и даёт критерий для определения времени переходного процесса. Время переходного процесса или постоянную времени  $\tau$  будем определять из формулы (2.22) как время, за которое амплитуда сигнала достигнет значения составляющее долю  $(1 - e^{-1})$  от установившегося уровня сигнала  $a_M$ .

### 2.5.5. Влияние соотношения групповых скоростей на характеристики переходного процесса

Величина  $\Delta t = L/v$  введена для случая равных групповых скоростей  $v_1 = v_2 = v_3$  – такое предположение значительно упрощает задачу. Однако реальные оптические среды обладают дисперсией, по этому важно рассмотреть, как изменение соотношения групповых скоростей будет влиять на ход процесса.

Для определённости в данном разделе будем нормировать все групповые скорости и время на скорость накачки  $\Delta t = L/v_3$ . На рисунке 2.6 можно видеть зависимости  $T_2(t)$  на раннем этапе полученные в режиме усилителя при разных групповых скоростях. В одном случае (Рис. 2.6а) варьировалась скорость волны сигнала  $v_2$  во втором случае (Рис. 2.6б) изменялась скорость холостой волны  $v_1$ .

Из рисунка 2.6а видно, что время первого этапа увеличивается с уменьше-

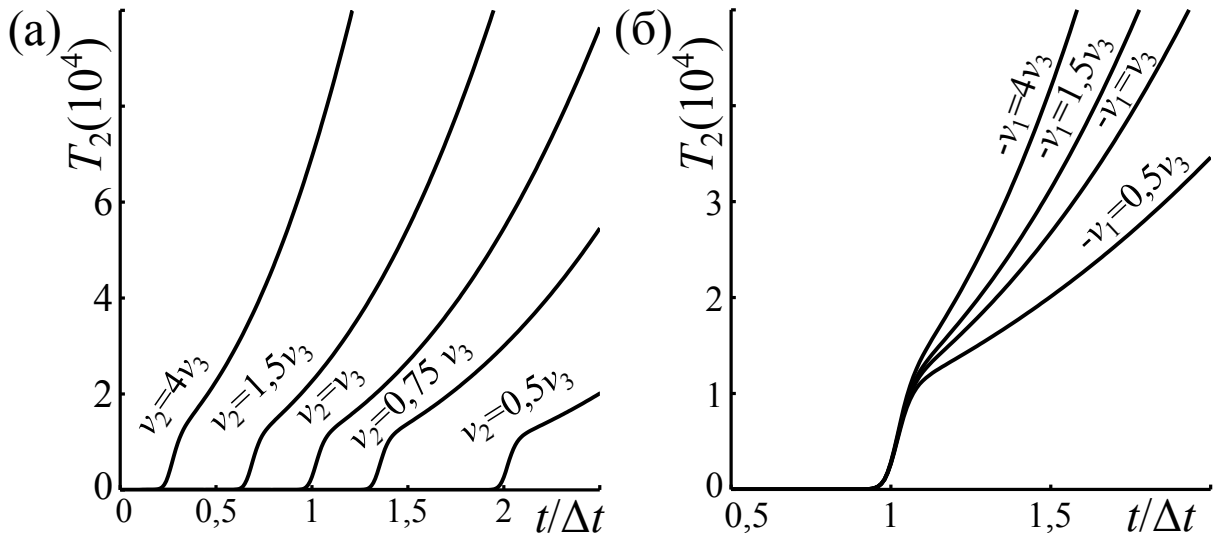


Рис. 2.6. Временная зависимость коэффициента усиления  $T_2(t)$  на раннем этапе времени при разных групповых скоростях.  $a_{30}KL = 0,996\pi/2$ . (а) —  $-v_1 = v_3$ . (б) —  $v_2 = v_3$ .

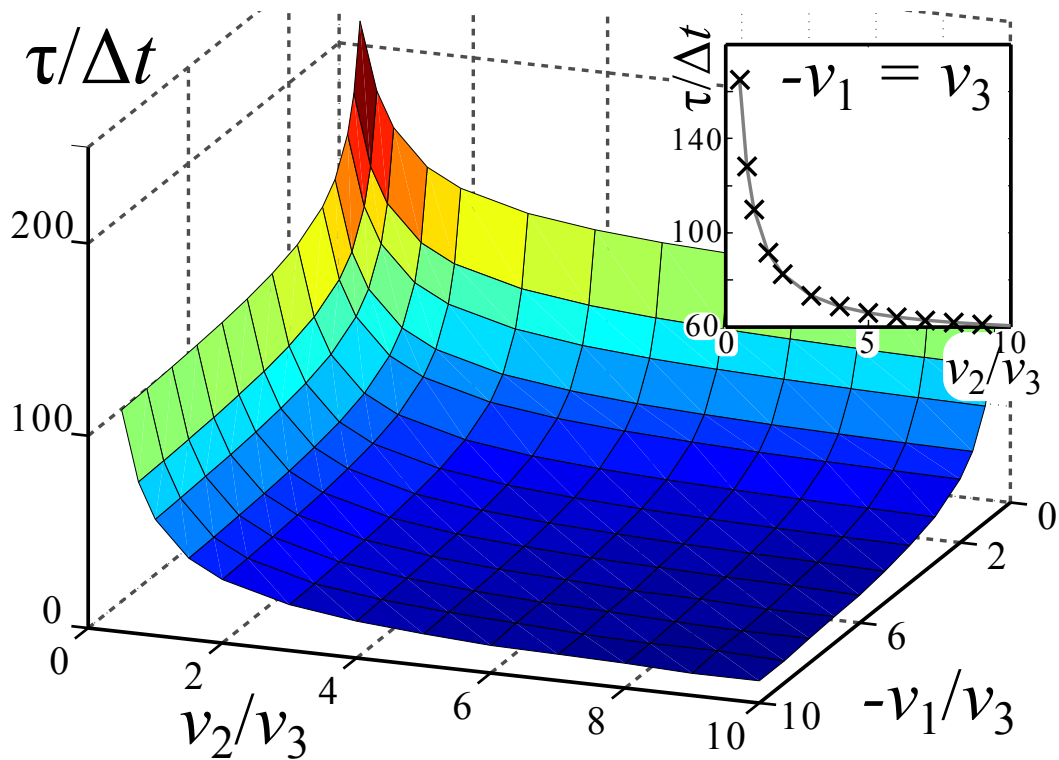


Рис. 2.7. Зависимость времени переходного процесса от групповых скоростей  $\tau(v_1, v_2)$  при  $a_{30}KL = 0,996\pi/2$ . На врезке показан срез основного графика для  $-v_1 = v_3$

нием групповой скорости сигнала. Здесь прослеживается очевидная линейная зависимость: уменьшение групповой скорости в два раза в два раза увеличивает время, за которое фронт сигнала пройдёт через среду. Во втором случае (рисунок 2.6б) скорость встречной волны не влияет на время появления сиг-

нала на выходе из среды. Однако на обоих рисунках видно, что увеличение скорости влияет на крутизну дальнейшего роста сигнала на выходе из среды со временем.

Расчёты показали, что изменение групповых скоростей влияет на постоянную времени  $\tau$ . На рисунке 2.7 отображена соответствующая зависимость  $\tau(v_1, v_2)$ . Из графика можно видеть, что постоянная времени линейно зависит от групповых скоростей  $\tau = \frac{\tau_0}{v_1 v_2}$ . Увеличение любой скорости в два раза приводит к ускорению процесса в два раза. Полная остановка любой из волн  $v \rightarrow 0$  приводит к остановке процессов  $\tau \rightarrow \infty$ .

### 2.5.6. Зависимость постоянной времени от параметров усиления

В первую очередь было исследовано как постоянная времени зависит от усиления. Из рис. 2.3 хорошо видно что постоянная времени процесса  $\tau$  растёт с ростом параметров усиления  $a_{30}KL$ . Вид функции  $\tau(a_{30}KL)$  был получен с на основе определения параметров аппроксимации большого количества зависимостей  $T_2(t)$  - результаты отображены на рис 2.8 серыми точками.

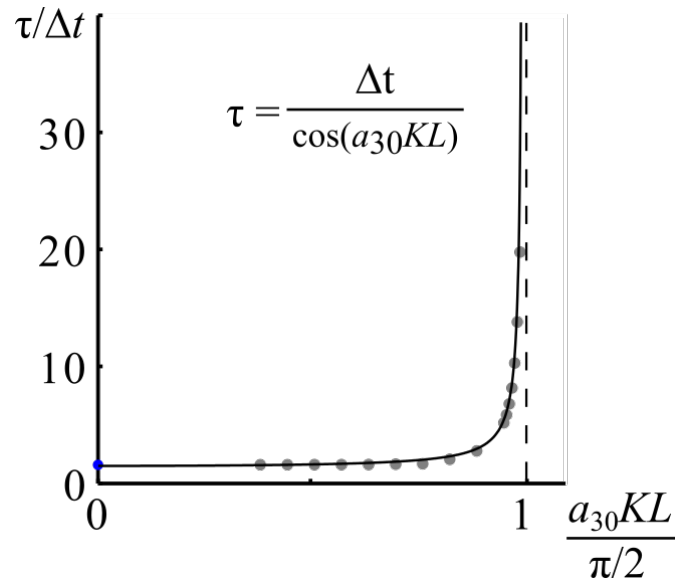


Рис. 2.8. Зависимость  $\tau(a_{30}KL)$  в области  $a_{30}KL < \pi/2$ . Результаты численного моделирования (серые круги) и аппроксимация (сплошная линия)

Полученные точки, как оказалось, хорошо аппроксимируются выражением

вида [1]:

$$\tau = \Delta t / \cos(a_{30}KL) \quad (2.23)$$

, что означает асимптотически неограниченный рост длительности вблизи значений  $a_{30}KL = \pi/2$ . Здесь стоит отметить что амплитудная зависимость также имеет вид [20].

$$a_M = a_{20} / \cos(a_{30}KL) \quad (2.24)$$

В обеих формулах неограниченный рост можно объяснить пространственно временной обратной связью: сгенерированная в каждой точке встречная холостая волна сопровождает генерацию во второй точке сигнальной волны, которая в свою очередь участвует в генерации в первой точке. В случае, если в такой системе существует подпитываемый динамический баланс, имеющий достаточную продолжительность – возникает положительная обратная связь. Симметрию между временной и амплитудной зависимостью можно объяснить тем, что большее усиление в системе достигается именно за счёт более длительного параметрического блуждания фотонов в среде и наоборот большое усиление обеспечивает длительное блуждание – таким образом, существует положительная обратная связь между временным и энергетическим аспектом процесса.

Кроме этого неограниченный рост амплитудного процесса указывает на границу приближения заданной накачки. Фактически эта граница немного меньше чем  $\pi/2$ , однако, как будет показано в следующей главе, она проходит очень близко к асимптоте  $(a_{30}KL)_{th} = \pi/2$  – благодаря чему это значение можно считать пороговым.

### 2.5.7. Влияние потерь на характеристики переходного процесса

Рассмотрим задачу усилителя встречных волн, который на этот раз обладает не нулевыми потерями  $\alpha_{1,2} \neq 0$ . В приближении заданного поля потери накачки будем считать пренебрежимыми  $\alpha_3 = 0$ .

Сперва следует отметить, что результаты полученные путём численного моделирования показали, что в целом постоянная времени процессов падает с ростом поглощения. Это можно видеть из сравнения кривых на рис 2.9.

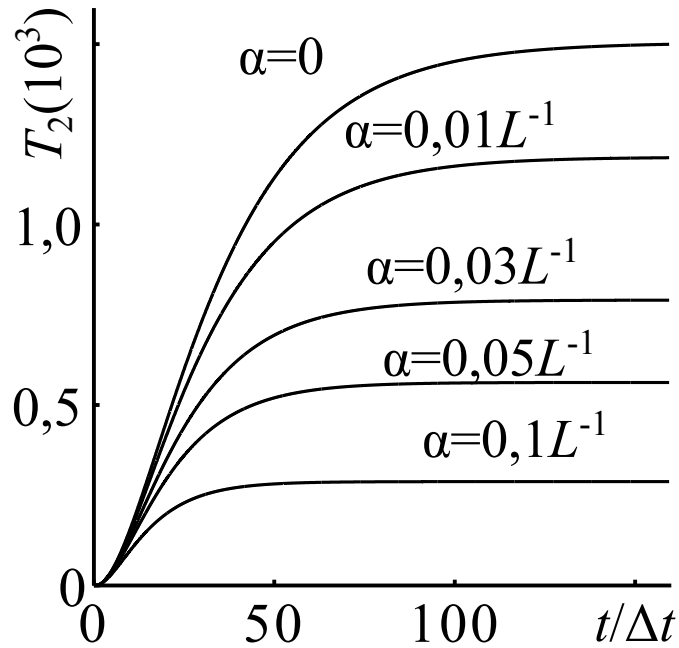


Рис. 2.9. Временная зависимость  $T_2$  при разных значениях индексов потерь  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ,  $\alpha_3 = 0$ .  $a_{30}KL = 0,984\pi/2$ .

Стационарное решение этой задачи было получено в работе [21]:

$$\frac{a_2^{z=L}}{a_{20}} = \frac{e^{(\alpha_1 - \alpha_2)L/2}}{\cos(RL) + \sin(RL)(\alpha_1 + \alpha_2)/4R} \quad (2.25)$$

$$R = \sqrt{(Ka_{30})^2 - (\alpha_1 + \alpha_2)^2/16}$$

В отсутствии поглощения величина  $a_2^{z=L}/a_{20}$  в выражении (2.25) обращается в (2.24). Тот факт, что формулы (2.23) и (2.24) имеют общую асимптоту наводит на мысль, что благодаря выражению (2.25) можно определить асимптоту



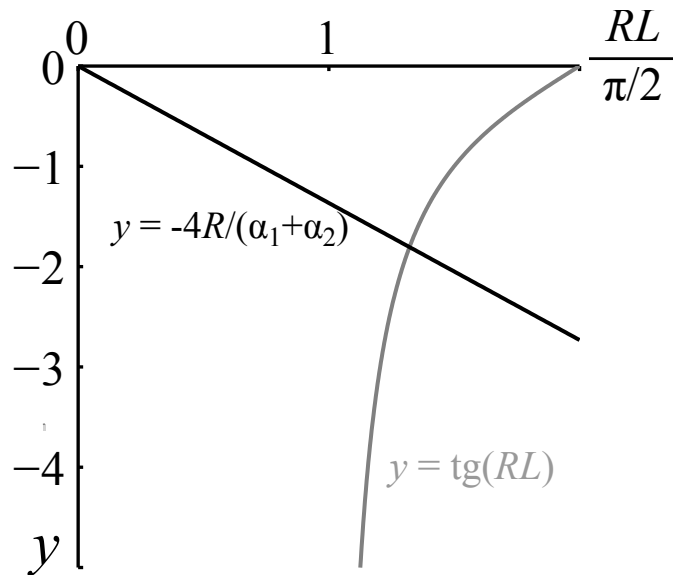


Рис. 2.10. Схема графического решения уравнения (2.26) для нахождения значения  $R$  соответствующего положению асимптоты коэффициента усиления сигнала

для зависимости  $\tau(a_{30}KL)$  в условиях среды с потерями. Положение асимптоты можно найти из условия, что знаменатель в этой точке обращается в ноль (числитель здесь всегда положительный):

$$\cos(RL) + \sin(RL)(\alpha_1 + \alpha_2)/4R = 0$$

Откуда получаем:

$$-4R/(\alpha_1 + \alpha_2) = \operatorname{tg}(RL) \quad (2.26)$$

Значение  $R$ , удовлетворяющее этому условию, при определённых значениях  $\alpha_{1,2}$  и  $L$  можно найти графическим методом из рисунка 2.10 – оно будет соответствовать точке пересечения линий на рисунке. Так как и из рисунка видно, что эти две линии всегда найдут точку пересечения для любых значений  $\alpha_{1,2} > 0$  и  $L > 0$ .

На рис 2.11 серыми кругами показана зависимость  $\tau(a_{30}KL)$  при  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2,3L^{-1}$ ,  $\alpha_3 = 0$ , полученная в результате численного решения системы (2.21). Определённое из выражения (2.25) положение асимптоты составляет  $(a_{30}KL)_{th} \approx 1,5111\pi/2$  и проведена на рисунке пунктирной линией. график показывает хо-

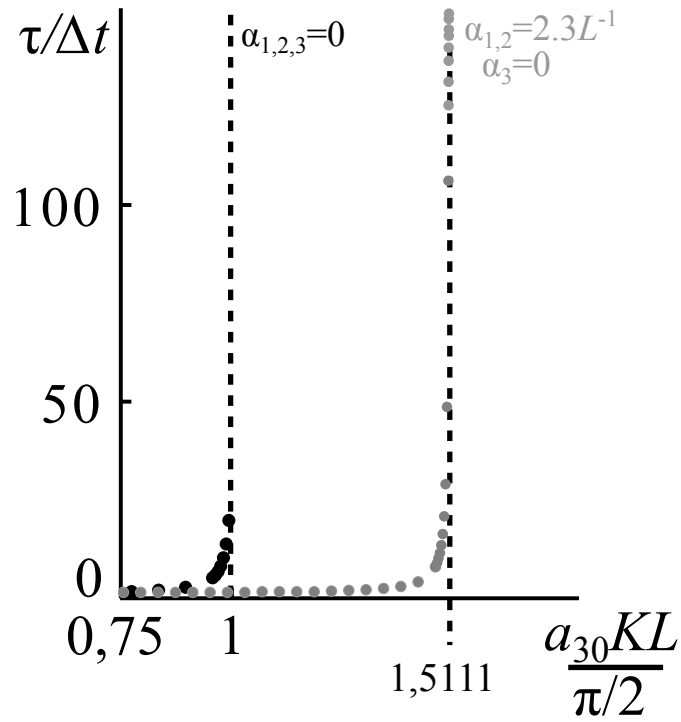


Рис. 2.11. Полученная в результате численного моделирования зависимость постоянной времени переходного процесса  $\tau$  от параметров усиения  $a_{30}KL$  в области применимости приближения заданной накачки. При значениях индексов потерь  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$  – черные круги. При  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2,3$ ,  $\alpha_3 = 0$  – серые круги. Пунктирными линиями обозначены положения асимптот рассчитанные аналитически.

рошее согласие численного результата с аналитическим походом.

Для примера на графике продублированы также результаты рисунка 2.8, что позволяет увидеть, что поглощение в целом смещает положение асимптоты/порога приближения заданной накачки в область больших значений параметров усиления. Это легко объясняется тем, что при наличии поглощения достижение такого же результата требует от системы большей эффективности усиления.

В отсутствии поглощения величина  $R$  обращается в  $K$ , наличие поглощение уменьшает  $R$ . Другими словами  $R$  играет роль эффективного значения коэффициента связывания  $K$ .

### 2.5.8. Характеристики переходного процесса в условиях фазового рассогласования

Факт отсутствия или наличия фазового согласования также сказывается на характере переходного процесса. Важно проследить эту особенность, так как любое устройство не идеально, и в следствии флуктуаций каких-либо параметров синхронизм может нарушаться. Важно увидеть насколько велики эти нарушения, особенно в в таком процессе как параметрическое взаимодействие встречных волн, в которых положительная обратная связь особенно глубокая.

Для исследования этого вопроса методами численного моделирования была задача параметрического усилителя встречных волн (2.21) при разных значениях действительной величины фазового рассогласования  $\Delta k = k'_3 - k'_1 - k'_2$ . На рис. 2.12 показаны полученные временные зависимости усиления  $T_2(\Delta k)$ . Сравнивая графики можно видеть, что с увеличением  $\Delta k$  уровень итогового стационарного сигнала  $T_M$  падает. При этом скорость его роста не изменяется, и появляются затухающие осцилляции нормированной амплитуды. Их период линейно связан с величиной рассогласования  $T_{os} \sim 1/\Delta k$ . Согласно выбранному ранее формальному критерию оценки, время переходного процесса растёт с ростом  $\Delta k$ . Однако такой критерий оценки хорошо подходит лишь для описания монотонных переходных процессов. В случае фазового рассогласования время установления стационарного режима фактически увеличивается за счёт осцилляции. Как видно из графика стационарный режим устанавливается приблизительно за одно и то же время при различных значениях  $\Delta k$ .

Несмотря на то, что увеличение индекса потерь  $\alpha$  и увеличение величины фазового рассогласования  $\Delta k$ , и то и другое, приводит к уменьшению уровня установившегося сигнала, изменения  $\Delta k$  не влекут за собой изменений порогового значения  $(a_{30}KL)_{th}$  в отличии от изменений параметра  $\alpha$ .

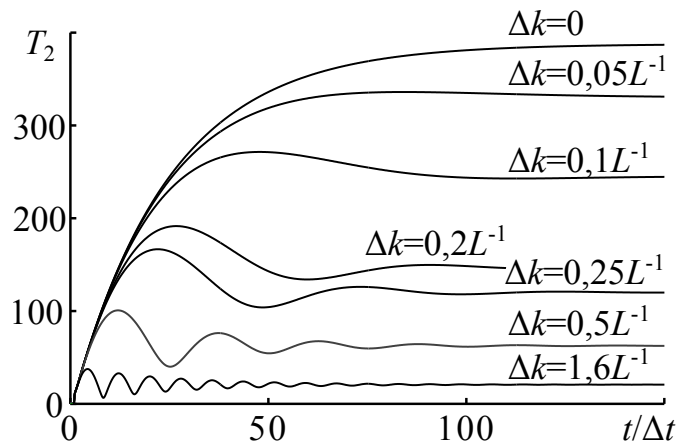


Рис. 2.12. Временная зависимость  $T_2$  при разных значениях величины фазового рассогласования  $\Delta k$ .  $a_{30}KL = 0,984\pi/2$ .

## 2.6. Выводы

В данной главе рассматривалась модель параметрического взаимодействия встречных волн. Численными методами была решена система нестационарных укороченных уравнений для параметрического трёхволнового смешения встречных волн в одномерной среде в приближении заданного поля накачки.

1) На основе полученных данных, было показано, что переходной изменения амплитуды волны на выходе из среды можно разделить на два этапа: ранний этап, составляющий промежуток времени, за который фронт волны проходит через среду два раза; и поздний этап, который полностью совпадает для обеих генерируемых волн.

2) Было показано, что время переходного процесса обратно линейно связано с величинами групповых скоростей взаимодействующих волн.

3) Была получена аппроксимирующая зависимость позднего этапа переходного процесса, имеющая форму характерную для линейных переходных процессов радиотехники.

4) Была получена аппроксимирующая зависимость для постоянной времени позднего этапа переходного процесса от параметров усиления в приближении заданного поля накачки, асимптотически растущая вблизи границы области применения приближения заданного поля.

5) Показано, что наличие потерь генерируемых волн приводит к смещению положения границы области применения приближения заданного поля в сторону больших значений параметров усиления. При этом наличие потерь не влияет на общий характер процесса. Показано, что положение границы области применения приближения заданного поля в условиях потерь генерируемых волн может быть определено из формулы стационарного решения.

6) Время переходного процесса с ростом фазового согласования не меняются, однако характер процесса изменяется существенно за счёт появления осцилляций, амплитуда и частота которых определяется величиной фазового рассогласования.

## Глава 3

## Параметрическое взаимодействие встречных волн в условиях истощения накачки

В данной главе анализируются результаты, полученные методами численного моделирования, параметрического взаимодействия встречных волн в условиях истощения накачки в квазистационарных условиях. Рассматривается как изменяется переходной процесс установления амплитуды выходного сигнала в области существенного истощения накачки. Также исследуются особенности влияния потерь и фазового рассогласования на ход процесса в этой области.

### 3.1. Модель нелинейного параметрического взаимодействия

В данной главе будем рассматривать задачу параметрического взаимодействия трёх волн в одномерной нелинейной среде длиной  $L$ . Холостую волну  $\omega_1$  полагаем распространяющейся в отрицательном направлении  $v_1 < 0$ , накачка  $\omega_3$  и сигнал  $\omega_2$  распространяются в положительную сторону  $v_2, v_3 > 0$ . Групповые скорости всех волн положим равными по модулю  $|v_1| = |v_2| = |v_3| = v$ . Тогда система уравнений описывающая такую задачу может быть получена из (2.20):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial a_1(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial a_1(z,t)}{\partial t} = - [iK a_3 a_2^* e^{-i\Delta k z} + a_1 \alpha_1 / 2] ; \\ \frac{\partial a_2(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial a_2(z,t)}{\partial t} = + [iK a_3 a_1^* e^{-i\Delta k z} + a_2 \alpha_2 / 2] ; \\ \frac{\partial a_3(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial a_3(z,t)}{\partial t} = + [iK a_1 a_2 e^{i\Delta k z} + a_3 \alpha_3 / 2] ; \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Как было показано во второй главе, для параметров  $a_{30}KL$  существует верхняя граница применения приближения заданного поля, вблизи и за кото-

рой необходимо учитывать истощение накачки. Поэтому в данной главе будет рассматриваться решение задачи в первую очередь на этой границе и за ней (в отсутствии потерь  $(a_{30}KL)_{th} = \pi/2$ ). Область значений параметров  $a_{30}KL < (a_{30}KL)_{th}$  будем называть линейной областью, область  $a_{30}KL > (a_{30}KL)_{th}$  – нелинейной.

Следует отметить, что в случае попутных волн или слабого усиления встречных волн генерация на частоте сигнала и холостой волны не происходит, если хотя бы одна из них не подаётся в среду (должны быть поставлены ненулевые граничные условия для амплитуды этой волны). Однако в нелинейной области при взаимодействии встречных волн обнаруживается самовозбуждение [20] – генерация волны на частоте сигнала и холостой волны в отсутствии сигнала и холостой волны на входе. Система уравнений 3.1 в этом случае имеет не устойчивое нулевое решение, то есть модель не обнаруживает самовозбуждение в отсутствии хотя бы небольшой затравки сигнала или холостой волны (короткий слабый импульс). В данной главе фактически будет исследован переходной процесс при самовозбуждении параметрического взаимодействия встречных волн – будет наблюдаться генерация сигнальной волны после появления в среде затравки на частоте сигнальной волны. Граничные условия будем задавать также как для режима усилителя во второй главе: через среду непрерывно подаётся накачка  $a_3^{z=0} = a_{30}$ ; в среду входит полубесконечный импульс сигнала  $a_2^{z=0} = a_{20}/2(2 - \tanh(t/t_f))$ ;  $t_f = 0,05L/v$ ;  $v = -v_1 = v_2 = v_3$ ;  $a_{20}/a_{30} = 10^{-4}$ ; холостая волна в среде изначально отстает  $a_1^{z=L} = 0$ .

## 3.2. Результаты моделирования

В первую очередь поставленная задача была решена в отсутствии потерь  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$  в условиях точного фазового синхронизма  $\Delta k = 0$ . На рисунке 3.1 показаны полученные временные зависимости коэффициента усиления  $T_2$  при разных значениях параметров усиления  $a_{30}KL$ .

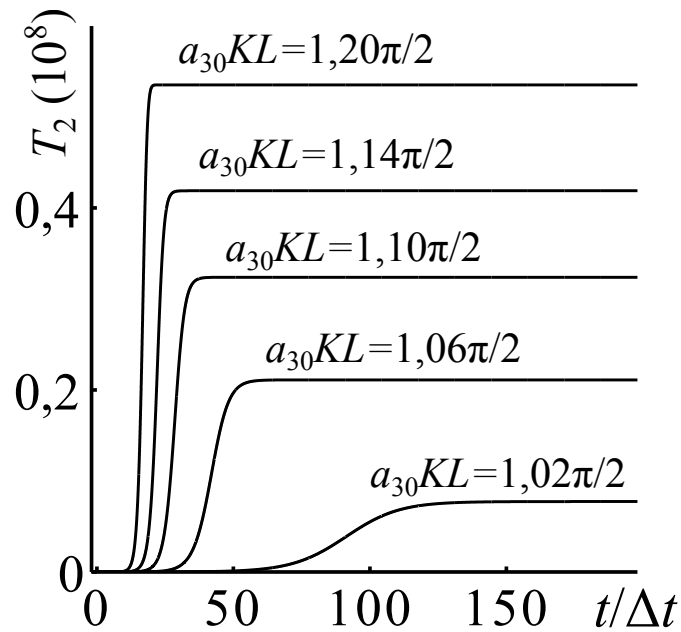


Рис. 3.1. Временная зависимость коэффициента усиления  $T_2$  переходного процесса взаимодействия встречных волн при разных значениях параметров усиления  $a_{30}KL$

Из рисунка видно, что в нелинейной области переходной процесс приобретает скачкообразный вид (рост имеет точку перегиба) в отличие от линейного случая, где переходной процесс описывался стандартным выражением (2.22). Такое изменение поведения можно объяснить условно разбив рост на два этапа. На первом этапе роста, амплитуда накачки значительно превосходит амплитуды генерируемых волн – соблюдаются условия приближения заданной накачки. В приближении заданной накачки мы ожидаем поведение в виде кривой асимптотически стремящейся к конечному уровню (2.22), однако в нелинейной области конечный уровень в приближении заданного поля стремится к бесконечности, таким образом на выходе обнаруживается резкий ускоренный рост амплитуды сигнала. В следствии роста уровень генерируемых волн становится сравнимым с уровнем накачки и начинается её истощение (второй этап). Истощение накачки уменьшает эффективность преобразований в среде. В итоге бесконечный ускоренный рост сменяется замедленным ростом, и сигнал приходит к определённом уровню. Таким образом, временное поведение сигнала на выходе из среды имеет скачкообразный вид с точкой перегиба.

Кроме этого рисунок 3.1 демонстрирует, что в нелинейной области время



переходного процесса  $\tau$  падает с ростом  $a_{30}KL$ . Такое поведение связано с существованием первого этапа развития процесса, когда накачка ещё не истощена и амплитуда сигнала стремится к бесконечному росту. За короткое время, пока накачка заметно не изменится амплитуда успевает набрать значительную часть своего результирующего уровня, и чем больше  $a_{30}KL$  тем больше эта часть. В условиях истощённой накачки фактически падает эффективность усиления системы – параметр  $a_{30}$  (амплитуда накачки подаваемой на вход в среду) в линейном случае означал значение накачки в каждой точке среды и характеризовал усиливающие свойства каждой точки среды, в нелинейном случае, когда накачка ослаблена, эффективное его значение становится меньше  $a_{30eff} < a_{30}$ .

Благодаря тому, что в линейной области функция  $\tau(a_{30}KL)$  монотонно растёт, а в нелинейной монотонно падает, постоянная времени переходного процесса имеет максимум примерно в пороговой точке  $a_{30}KL = (a_{30}KL)_{th}$ .

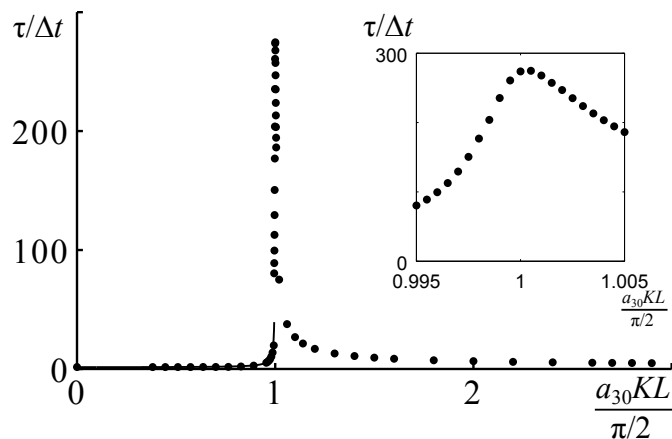


Рис. 3.2. Зависимость  $\tau(a_{30}KL)$  в линейной и нелинейной областях. На врезке детализация зависимости вблизи пороговой точки

На рисунке 3.2 показана рассчитанная зависимость постоянной времени процесса от параметров усиления  $\tau(a_{30}KL)$ . Постоянная времени в линейной и в нелинейной области определялась как время, за которое амплитуда сигнала достигнет значения составляющее долю  $(1 - e^{-1})$  от установившегося уровня сигнала  $a_M$ . В линейной и нелинейной области решение искалось в рамках нелинейной системы уравнений 3.1. Полученная зависимость демонстрирует, что пороговое значение соответствует максимуму постоянной времени, которая имеет

значение  $\tau_{max} = 273,5\Delta t$ .

### 3.2.1. Справедливость применения приближения заданного поля

Для того чтобы определить насколько адекватно модель в приближении заданного поля, используемая во второй главе, описывает взаимодействие встречных волн в линейной области, сравним результаты с полученными при решении нелинейной системы (3.1).

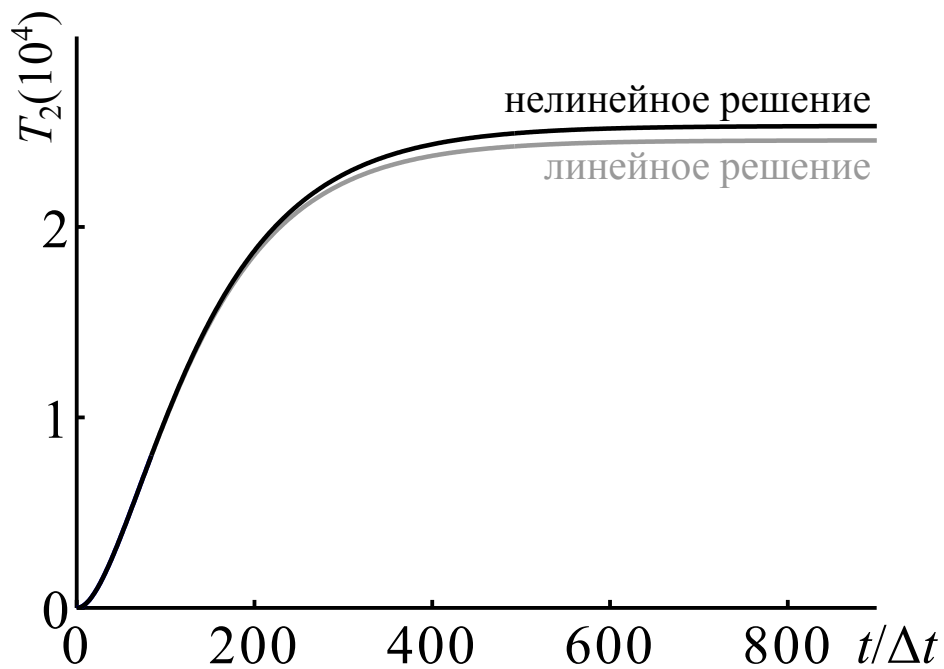


Рис. 3.3. Временная зависимость коэффициента усиления  $T_2$  переходного процесса взаимодействия встречных волн при  $a_{30}KL = 0,996\pi/2$ . Решение линейной системы уравнений (2.21) – серая линия. Решение нелинейной системы уравнений (3.1) – черная линия

На рисунке 3.3 показаны полученные в результате моделирования временные зависимости коэффициента усиления  $T_2$  при одних и тех же значениях параметров усиления в линейной области, близких к границе линейной области  $a_{30}KL = 0,996\pi/2$ . Зависимости получены разными способами: зависимость, полученная в результате решения линейной системы уравнений (2.21), слабо отличается от зависимости, полученной в результате решения нелинейной системы (3.1) – отличие в уровне усиления составляет  $T_2$  составляет всего 0,6%. Таким образом, приближение заданного поля можно считать справедливым вблизи по-

рога определённого для него во второй главе, по крайней мере при значениях параметров усиления  $a_{30}KL \leq 0,996(a_{30}KL)_{th}$ .

### 3.2.2. Влияние потерь на характеристики нелинейного процесса

Как было показано в подразделе 2.5.7 потери генерируемых волн приводят к увеличению порогового значения параметров усиления  $(a_{30}KL)_{th}$ , которое может быть рассчитано через выражение (2.25). Кроме этого было показано, что в присутствии потерь коэффициент связи  $K$  в системе уравнений 3.1 заменяется на эффективный коэффициент связи  $R$ , определяемый выражением (2.25).

Рассмотрим влияние потерь на ход переходного процесса в нелинейной области, учитывая, что положение порога изменяется с ростом потерь. На рисунке 3.4 показано временное поведение амплитуды в нелинейной области при различных значениях потерь. Сравнивая графики, можно видеть, что в нелинейной области время переходного процесса растёт с ростом потерь. Этот эффект противоположен наблюдаемому ранее в линейной области 2.9, где постоянная времени уменьшалась с ростом величины потерь. Полученный результат согласуется с рисунком 3.2, если учесть, что величина потерь влияет на эффективный коэффициент связи  $R(\alpha)$  и следовательно на эффективное значение параметров усиления  $(a_{30}KL)_{eff} = a_{30}RL$ . Так увеличение потерь всегда приводит к уменьшению  $(a_{30}KL)_{eff}$ , что согласно результатам, отображенным на рисунке 3.2, в линейной области приводит к уменьшению постоянной времени, а в нелинейной к увеличению.

Выражение (2.25), не позволяет определить как изменится пороговое значение параметров усиления с изменением потерь накачки в среде  $(a_{30}KL)_{th}(\alpha_3) = ?$  из-за того что оно является решением системы двух уравнений – уравнения для генерируемых волн, в приближении заданного поля уравнение для накачки отбрасывалось [21]. Рассмотрим подробнее как величина потерь накачки влияет на пороговое значение параметров усиления.

Благодаря численным расчётам было показано, что увеличение потерь на-

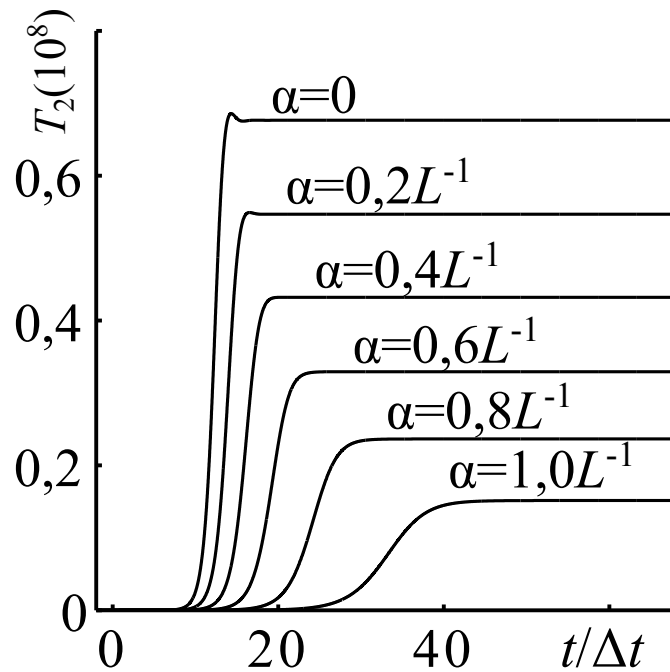


Рис. 3.4. Временная зависимость  $T_2$  при разных значениях индексов потерь  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ,  $\alpha_3 = 0$ .  $a_{30}KL = 1,3\pi/2$ .

качки приводит к увеличению порогового значения для параметров  $(a_{30}KL)_{th}$ . На рисунке 3.5 показано как меняется постоянная времени с изменением параметров  $a_{30}KL$  в линейной и в нелинейной областях, при различных значениях потерь генерируемых волн и накачки. Из графика можно видеть, что наличие потерь накачки в среде  $\alpha_3 = 2,3$  приводит к увеличению порога от  $(a_{30}KL)_{th} = \pi/2$  (порог в отсутствии потерь  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ , что соответствует рисунку 3.2) к значению  $(a_{30}KL)_{th} \approx 1,7\pi/2$ , и от  $(a_{30}KL)_{th} \approx 1,5111\pi/2$  (порог в присутствии потерь генерируемых волн  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2,3$ ,  $\alpha_3 = 0$ ) к  $(a_{30}KL)_{th} \approx 2,5\pi/2$ . Такое поведение порогового значения легко объясняется тем, что при наличии поглощения достижение такого же результата требует от системы большей эффективности усиления.

Для определения точной зависимости порога от потерь была предпринята попытка феноменологического ведения постоянной потерь накачки  $\alpha_3$  в выражение (2.25) симметрично параметрам  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Однако такой подход не принёс результатов. Определение зависимости положения порога от потерь накачки требует дальнейшего исследования.

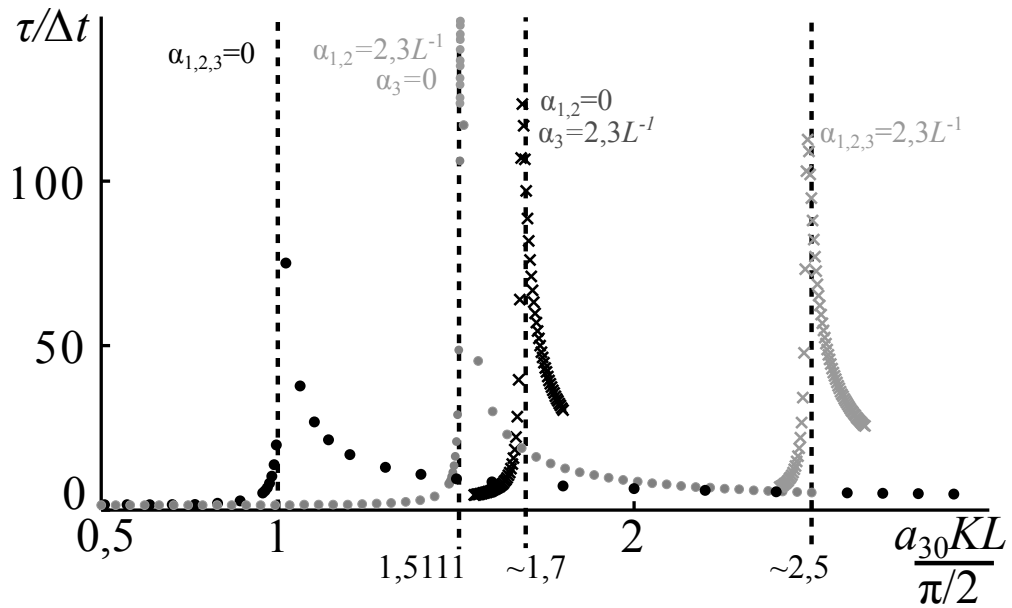


Рис. 3.5. Полученная в результате численного моделирования зависимость постоянной времени переходного процесса  $\tau$  от параметров усиления  $a_{30}KL$ . При значениях индексов потерь  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$  – черные круги. При  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2,3$ ,  $\alpha_3 = 0$  – серые круги. При  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_3 = 2,3$  – черные кресты. При  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 2,3$  – серые кресты. Пунктирными линиями обозначены положения асимптот рассчитанные аналитически для кругов и определённые графически для крестов.

### 3.2.3. Влияние величины фазового рассогласования на характеристики нелинейного процесса

Рассмотрим случай ненулевого фазового рассогласования  $\Delta k \neq 0$ . Результаты численного моделирования такой задачи отображены на рисунке 3.6. Как видно из рисунка увеличение величины фазового рассогласования не влияет на коэффициент усиления (разница уровня не превышает ошибку численного счёта 0,05%). Увеличение  $\Delta k$  приводит к увеличению постоянной времени. В противоположность результатам отображенным на рисунке 2.12 в нелинейной области не наблюдается заметных осцилляций.

Фактически осцилляции есть. Для того чтобы проанализировать их рассмотрим детально ранний этап процесса. Как видно из представленных на рисунке 3.7 пространственно временных зависимостей эффективности параметрического процесса  $T_2(z,t) = |a_2(z,t)/a_{20}|^2$ , полученных при начениях  $\Delta k = 10L^{-1}$ , в

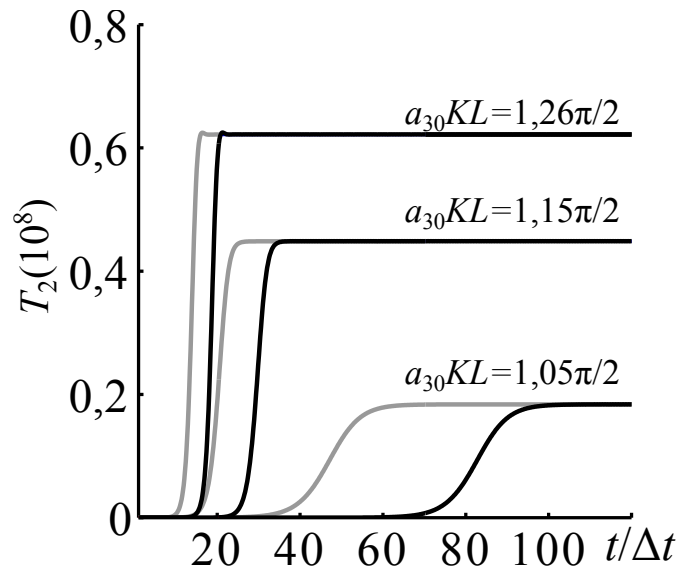


Рис. 3.6. Временная зависимость  $T_2$  при разных значениях величины фазового рассогласования  $\Delta k = 0$  – серые линии,  $\Delta k = 20L^{-1}$  – черные линии, и при разных значениях  $a_{30}KL$ .

обоих случаях, как для линейного ( $a_{30}KL = 0,955\pi/2$  рис. 3.7а) так и для нелинейного ( $a_{30}KL = 1,3\pi/2$  рис. 3.7б), внутри среды возникают осцилляции как в пространстве так и во времени.

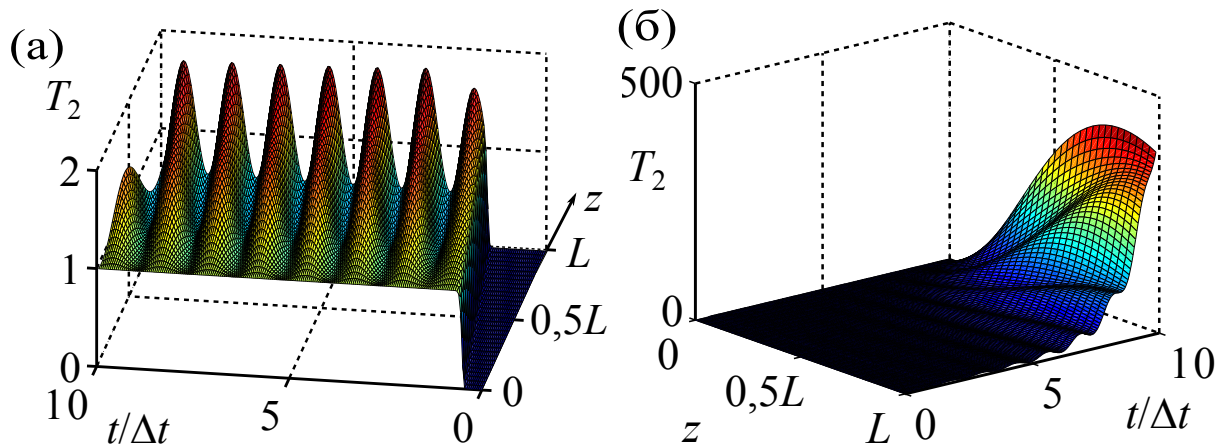


Рис. 3.7. Пространственно-временная зависимость интенсивности волны сигнала в среде  $T_2(z,t) = |a_2(z,t)/a_{20}|^2$  при  $\Delta k = 10L^{-1}$  на раннем этапе. (а) –  $a_{30}KL = 0,955\pi/2$ . (б) –  $a_{30}KL = 1,3\pi/2$ .

Отметим, что затухание осцилляций в линейном случае (Рис. 3.7а) в представленном масштабе незаметно. Однако проведенный расчет показывает, что спустя время  $400\Delta t$  от начала процесса уровень сигнала на выходе из среды перестает зависеть от времени и его величина устанавливается на уровне

$$T_2(z = L, t = 400\Delta t) = 1,07.$$

В нелинейной области (Рис. 3.7б) осцилляции менее значительные и быстро затухают, так что на фоне основного переходного процесса они не заметны. Такое отличие проявляется благодаря асимметричной роли волны накачки. Так в линейном случае без потерь, две волны периодически симметрично обмениваются энергией. Наличие третьей волны участвующей в передаче энергии нарушает симметричность перекачки и тем самым уменьшает эффективность осцилляций, что приводит к скорейшим их затуханиям. Полученный результат позволяет заключить, что при рассмотрении нелинейного переходного процесса осцилляциями можно пренебречь.

### 3.3. Выводы

В данной главе рассматривалось численное решение системы укороченных уравнений для параметрического взаимодействия встречных волн в нелинейной области значений параметров усиления.

1) Показано, что переходной процесс изменения амплитуды сигнала на выходе в нелинейном случае имеет скачкообразный вид. При этом с ростом параметров усиления постоянная времени уменьшается.

2) Наличие в среде потерь на частоте накачки приводит к смещению границы линейной области изменения значений параметров усиления в сторону увеличения. Увеличение величины фазового рассогласования между взаимодействующими волнами приводит к увеличению времени переходного процесса и не влияет на эффективность преобразования в системе.

## Глава 4

## Переходные процессы параметрического взаимодействия встречных волн в импульсном режиме

Наибольший интерес представляет случай импульсной накачки, поскольку только в таком случае представляется возможным достижение высокого значения параметров усиления  $a_{30}KL$  (порядка  $\pi/2$ ), достаточного для значимой перекачки энергии, избегая разрушения рабочей среды.

Здесь можно выделить ряд случаев, различающихся по длительности взаимодействующих импульсов  $t_p$ :

- **Случай длинных импульсов**, когда длительность импульса накачки и импульса сигнала во много раз превосходят время переходного процесса  $t_{2p}, t_{3p} \gg \tau$ .
- **Случай длинного импульса накачки  $t_{3p} \gg \tau$  и импульса сигнала средней длительности** такого, что его длина в среде превосходит длину среды при этом его длительность меньше времени переходного процесса  $L/v_2 < t_{2p} < \tau$ . Благодаря тому, что длительность импульса сигнала меньше постоянной времени его временной профиль должен сильно искажаться в среде. При этом размеры среды меньше импульса, что позволяет не учитывать граничные эффекты.
- **Случай длинного импульса сигнала  $t_{2p} \gg \tau$  и импульса накачки средней длительности  $L/v_3 < t_{3p} < \tau$** .
- **Случай коротких импульсов**, когда длина хотя бы одного из импульсов в среде намного короче длины среды  $t_p \ll L/v$ . В этом случае условия на границе среды не столь существенны, поскольку граничные усло-



вия необходимо задавать в области взаимодействия, которая ограничена самим импульсом. Как будет показано в конце главы особенности такого взаимодействия существенно зависят от соотношения групповых скоростей волн.

Рассмотрение первого случая включает в себя рассмотрение временного поведения амплитуды на фронте проходящей волны. Фактически исследование отклика системы на передний фронт (полубесконечный импульс) обсуждалось в предыдущих главах. Реакция системы на задний фронт будет пояснена в этой главе на примерах коротких импульсов.

В данной главе будет рассмотрены три остальных случая в линейной и нелинейной области изменения параметров  $a_{30}KL$ . Будут рассмотрены особенности временных искажений профиля импульса сигнала, проходящего через среду. Будет показано, что в нелинейной области реализуется режим самовозбуждения, когда самоподдерживающийся распад накачки запускается под действием незначительного шума на частоте сигнала. Кроме этого в данной главе будет дан сравнительный анализ результатов полученных на основании нестационарной модели параметрического взаимодействия встречных волн, рассматриваемой в диссертации, с экспериментальными данными.

#### **4.1. Модель взаимодействия встречных волн в импульсном режиме**

Также как в предыдущей главе будем рассматривать задачу параметрического взаимодействия трёх волн в одномерной нелинейной среде длиной  $L$ . Холостую волну  $\omega_1$  полагаем распространяющейся в отрицательном направлении  $v_1 < 0$ , накачка  $\omega_3$  и сигнал  $\omega_2$  распространяются в положительную сторону  $v_2, v_3 > 0$ . Групповые скорости всех волн положим равными по модулю  $|v_1| = |v_2| = |v_3| = v$ . Также в этой главе не будем учитывать потери

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$  и будем считать, что выполняется точный фазовый синхронизм  $\Delta k = 0$ . Для описания взаимодействия будем использовать ту же систему, что во второй главе (3.1).

Рассматривая отклик системы на конечный импульс, в некоторых случаях будет рассматриваться временная форма входного импульса в форме гаусса, в других ситуациях профиль прямоугольной формы. Использование прямоугольного временного профиля позволяет рассмотреть искажение импульса и использовать при этом такие понятия как передний фронт и задний фронт, что затруднительно в случае Гауссова профиля. Используя же профиль Гаусса, мы сможем лучше понять, как меняется спектр сигнала, прошедшего через среду.

В случае прямоугольного импульса сигнала, будем задавать граничные условия в виде двух фронтов-ступенек (переднего и заднего) (Рис. 4.1а):

$$a_2^{z=0} = a_{20}/2\sqrt{(1 - \tanh(-t/t_f))(1 - \tanh([t_p + t]/t_f))}$$

,где ширина каждого фронта  $t_f = 0,05L/v$ ; момент времени  $t = 0$  соответствует вхождению середины переднего фронта в среду.

В случае импульса с профилем Гаусса будем задавать граничные условия формулой:  $a_2^{z=0} = a_{20}e^{-(t/t_p)^2}$  (Рис. 4.1б); момент времени  $t = 0$  соответствует вхождению середины Гауссова импульса в среду.

В обоих случаях будет рассматриваться режим усилителя, когда накачка непрерывно подаётся через среду  $a_3^{z=0} = a_{30}$ , а колебания встречной холостой волны изначально отсутствуют  $a_1^{z=L} = 0$ . Максимальная амплитуда входящего сигнала соотносится с амплитудой накачки как  $a_{20}/a_{30} = 10^{-4}$ .

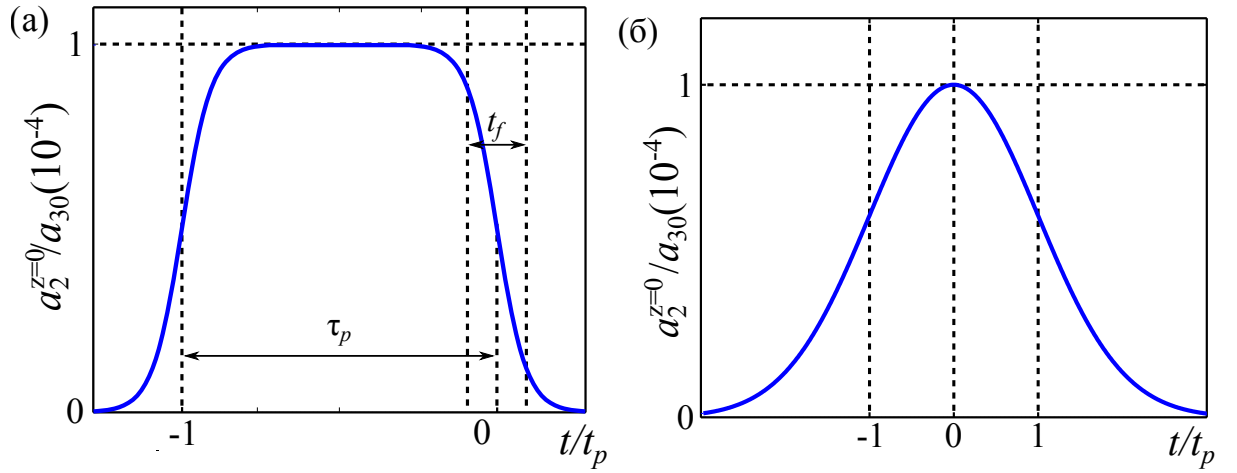


Рис. 4.1. Профиль амплитуды импульса сигнала. (а) – Профиль в форме прямоугольника, задаваемый формулой  $a_2^{z=0} = a_{20}/2\sqrt{(1 - \tanh(-t/t_f))(1 - \tanh([t_p + t]/t_f))}$ . (б) – Профиль Гаусса, задаваемый формулой  $a_2^{z=0} = a_{20}e^{-(t/t_p)^2}$ .

## 4.2. Случай длинного импульса накачки и импульса сигнала средней длительности

### 4.2.1. Искажение импульса

Время прохождения сигнала через среду определяется через длину среды и групповую скорость  $\Delta t = L/v$ . Для того, чтобы длина импульса в среде была больше длины среды, длительность этого импульса должна быть больше этого времени  $t_p > \Delta t$ . С другой стороны отметим, что рассматриваемый в данном разделе сигнал средней длительности должен быть меньше чем постоянная времени процесса, которая может достигать нескольких сотен  $\Delta t$ . Таким образом, сигнал средней длительности рассматриваемый здесь лежит в диапазоне от нескольких единиц  $\Delta t$  до нескольких десятков  $\Delta t$ .

Рассмотрим сперва искажение прямоугольного сигнала длительностью  $t_p = 5\Delta t$ . На рисунке 4.2 показана временная зависимость сигнала и встречной волны на выходе из среды. Для наглядности на рисунке изображен импульс прошедший через среду без взаимодействия  $a_{30}KL = 0$  – то есть импульс сигнала прошедший через среду без каких-либо изменений. момент времени  $t = 6\Delta t$  соответствует моменту выхода середины заднего фронта этого импульса из сре-

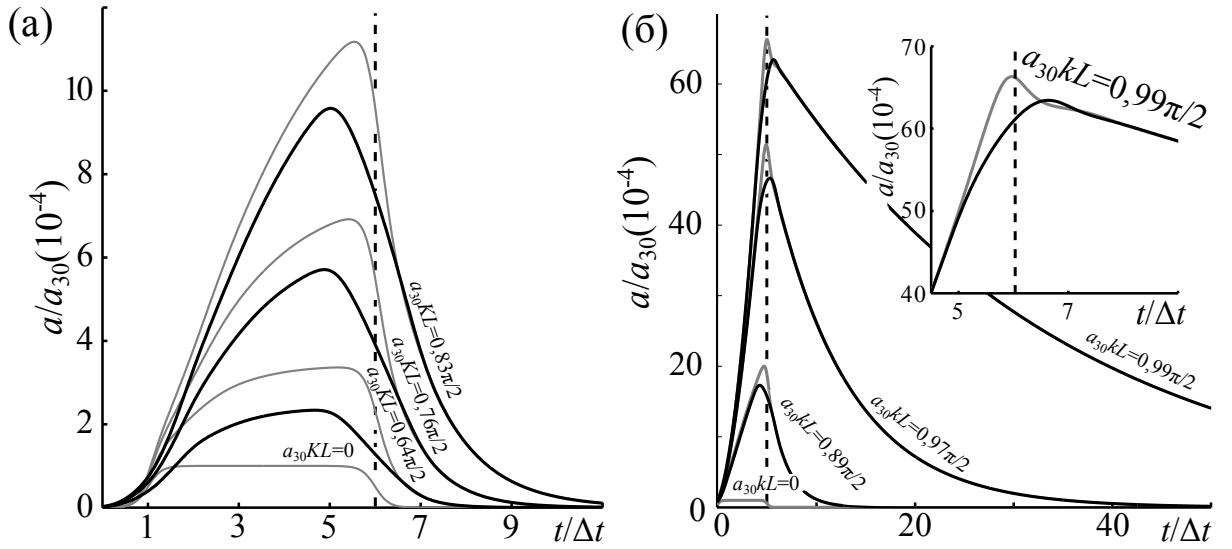


Рис. 4.2. Отклик системы взаимодействия встречных волн на прямоугольный импульс сигнала длительностью  $t_p = 5\Delta t$ . Временная зависимость амплитуды на выходе из среды сигнала  $a_2^{z=L}$  (серые линии) и амплитуды холостой волны  $a_1^{z=0}$  (черные линии), при разных значениях параметров усиления: (а) –  $a_{30}KL \leq 0,83\pi/2$ ; (б) –  $0,83\pi/2 < a_{30}KL < \pi/2$ . На врезке детализация пика, соответствующего значению параметров  $a_{30}KL = 0,99\pi/2$ . пунктирная линия обозначает момент времени ОЗФ  $t_{\text{ОЗФ}} = 6\Delta t$

ды этот момент времени обозначен на графиках пунктирной линией. будем обозначать этот момент как время ожидаемого заднего фронта (ОЗФ).

Из рисунка видно, что искажения импульса тем больше, чем больше параметры усиления  $a_{30}KL$ . Импульс в целом усиливается, но усиливается неравномерно. Передний фронт практически не усилен, части более удалённые от переднего фронта усилены больше. Наибольшее усиление достигается в области ОЗФ. Кроме этого сигнал вытягивается в длину: позади ОЗФ в прошедшем импульсе наблюдается длительный параметрический след. Передний фронт не усиливается из-за того, что он не встречается со встречной волной в соответствии с принятыми начальными условиями  $a_1^{z=L} = 0$ . Поэтому встречная волна лишь начинает генерироваться на переднем фронте и практически его не усиливает в силу своей малости.

Часть импульса, следующая за передним фронтом, генерируется эффективнее, благодаря обратному распространению встречной волны, определяющей силу взаимодействия, которая при этом растёт по мере распространения и

со временем.

На рисунке 4.2а отображены данные полученные при малых значениях  $a_{30}KL$ . Из графиков здесь видно, что усиленный импульс сигнала (серые линии) не совпадает со сгенерированным импульсом встречной волны (чёрные линии) и превосходит его по амплитуде. Такое несоответствие объясняется тем, что при малых значениях параметров усиления  $a_{30}KL$ , встречная волна генерируется не достаточно эффективно и не успевает сформироваться за время импульса. Данный эффект пропадает с ростом  $a_{30}KL$  при его приближении к  $\pi/2$ . Так на рисунке 4.2б можно видеть, что при  $a_{30}KL = 0,99\pi/2$  выходные импульсы встречный и сигнальный практически полностью совпадают.

Кроме этого положение максимума сигнала на всех графиках рисунка 4.2 отличается от положения максимума встречной волны приблизительно на  $\Delta t$ , так как данные соответствуют разным концам среды, для которой величина  $\Delta t = L/v$  является длиной выраженной в единицах времени.

Максимум холостой волны выше и резче обрывается, за счёт того, что эффективность генерации холостой волны изменяется сразу когда сигнал на входе в среду обрывается. Распространение этих изменений через среду с параметрической пространственно временной обратной связью сглаживает этот эффект, поэтому максимум сигнала на выходе не такой резкий.

Положение максимума  $t_{\max}$  (момент времени, соответствующий максимальной амплитуде волны на выходе из среды) строго не соответствует ОЗФ.  $t_{\max}$  каждой из генерируемых волн увеличивается с ростом  $a_{30}KL$  для обеих волн (Рис. 4.4а). В областях небольших значений  $a_{30}KL$ ,  $t_{\max} < t_{\text{ОЗФ}}$ . С ростом  $a_{30}KL$   $t_{\max}$  пересекает линию ОЗФ и становится больше её – фактически максимум перемещается в область параметрического следа. Такое явление указывает на инертность процессов проходящих в среде. Система становится более инертной с увеличением  $a_{30}KL$ .

Параметрический след или остаточная генерация позади импульса возникает за счёт того, что встречная волна распространяется в область позади сиг-

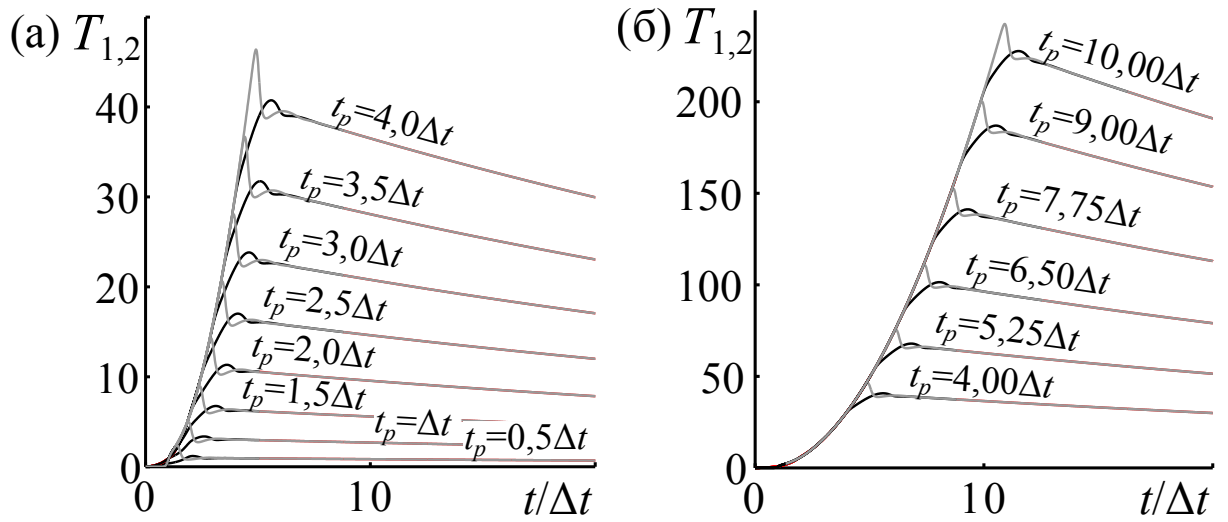


Рис. 4.3. Отклик системы взаимодействия встречных волн на прямоугольный импульс сигнала при  $a_{30}KL = 0,996\pi/2$ . Временная зависимость коэффициента усиления на выходе из среды сигнала  $T_2$  (серые линии) и холостой волны  $T_1^{z=0}$  (черные линии), при разных значениях длительностях входящего в среду сигнала: (а) –  $t_p \leq 4\Delta t$ ; (б) –  $4\Delta t \leq a_{30}KL \leq 10\Delta t$ .

нала и активно участвует в его генерации. Такая генерация постепенно ослабевает так как первоначальный импульс, являющийся первичным источником встречной волны, постепенно покидает среду.

Рассмотрим далее зависимость искажений импульса от его первоначальной длительности  $t_p$ . Зависимости коэффициента усиления для сигнала и холостой волны на выходе из среды, полученные при разных длительностях прямоугольного импульса сигнала, входящего в среду, показаны на рисунке 4.3. Из рисунка видно, что увеличение  $t_p$  приводит к большему усилению. Параметрический след при этом значительно удлиняется. Увеличение  $t_p$  приводит к увеличению  $t_{\max}$ , однако это только абсолютный сдвиг, разница  $t_{\max} - t_{\text{ОЗФ}}$  остаётся неизменной для обеих волн (Рис. 4.4б). Таким образом, сдвиг во времени максимума импульса от ОЗФ  $t_{\max} - t_{\text{ОЗФ}}$  является величиной постоянной при постоянном значении параметров усиления  $a_{30}KL$ . Следует однако обратить внимание, что данные закономерности справедливы лишь для импульсов средней длины. Если длина импульса становится соизмеримой с постоянной времени переходного процесса  $\tau$ , представленные здесь эффекты начинают насыщаться: максимум

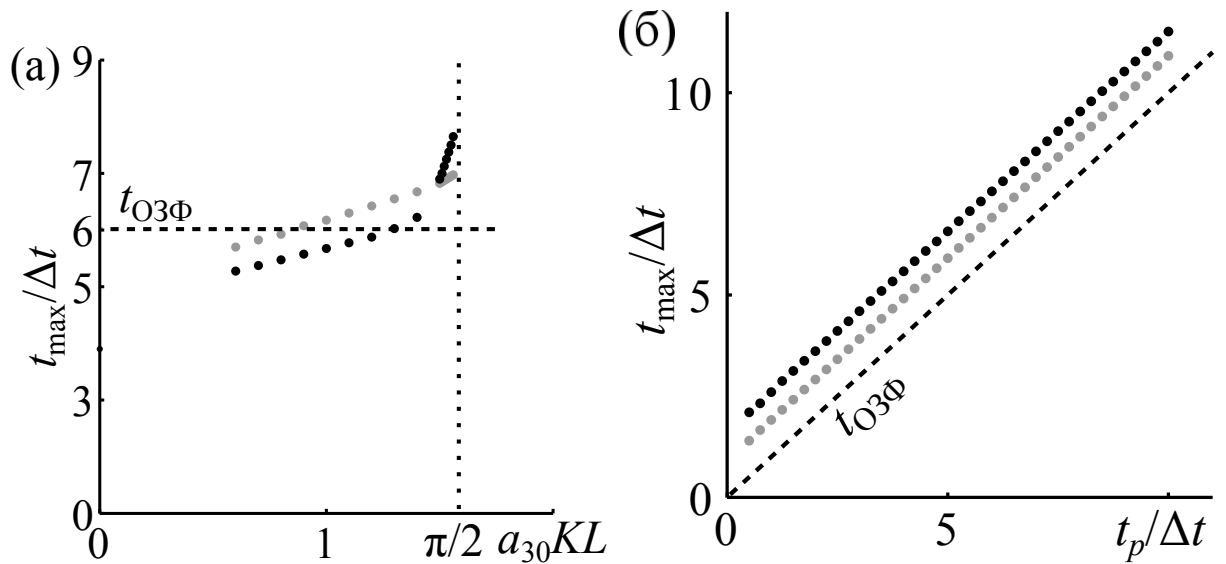


Рис. 4.4. Зависимость момента времени, соответствующего максимальной амплитуде, на выходе из среды  $t_{\max}$  сигнала (серые точки), встречной холостой волны (черные точки). Штриховая линия обозначает момент времени, соответствующий ОЗФ. (а) – зависимость от параметров усиления  $a_{30}KL$ , при  $t_p = 5\Delta t$ . (б) – зависимость от длительности входящего импульса  $t_p$  при  $a_{30}KL = 0,996\pi/2$ .

сдвигается не так быстро как ОЗФ, рост уровня сигнала в максимуме замедляется, параметрический след практически перестаёт меняться.

Приведённые здесь исследования искажений импульса средней длительности позволяют предсказать, что задний фронт очень длинного импульса также превратится в длинный параметрический след. Характерное время этого параметрического следа будет определяться постоянной времени для переходного процесса включения взаимодействия встречных волн  $\tau$  (2.22).

#### 4.2.2. Спектральные особенности

Рассмотрим искажения Гауссова импульса сигнала (импульс имеет пространственно временной профиль в форме распределения Гаусса Рис. 4.1б) при параметрическом взаимодействии встречных волн. На рисунке 4.5а показаны интенсивности сигнальной и холостой волны на выходе из среды, сгенерированные в результате взаимодействия накачки с Гауссовым импульсом сигнала, при нескольких значениях  $a_{30}KL = 0$ . Для наглядности на рисунке приведён

импульс прошедший через среду без взаимодействия  $a_{30}KL = 0$ . В целом расчёты показывают, что импульс Гаусса искажается, также как прямоугольный импульс. С увеличением  $a_{30}KL$  длина выходного импульса увеличивается за счёт параметрического следа. Согласно известной спектральной закономерности ширина спектра обратно пропорциональна ширине импульса  $w \sim 1/t_p$ , таким образом можно ожидать заужение спектра импульса, прошедшего через среду. Рассмотрим подробно спектр искаженного импульса.

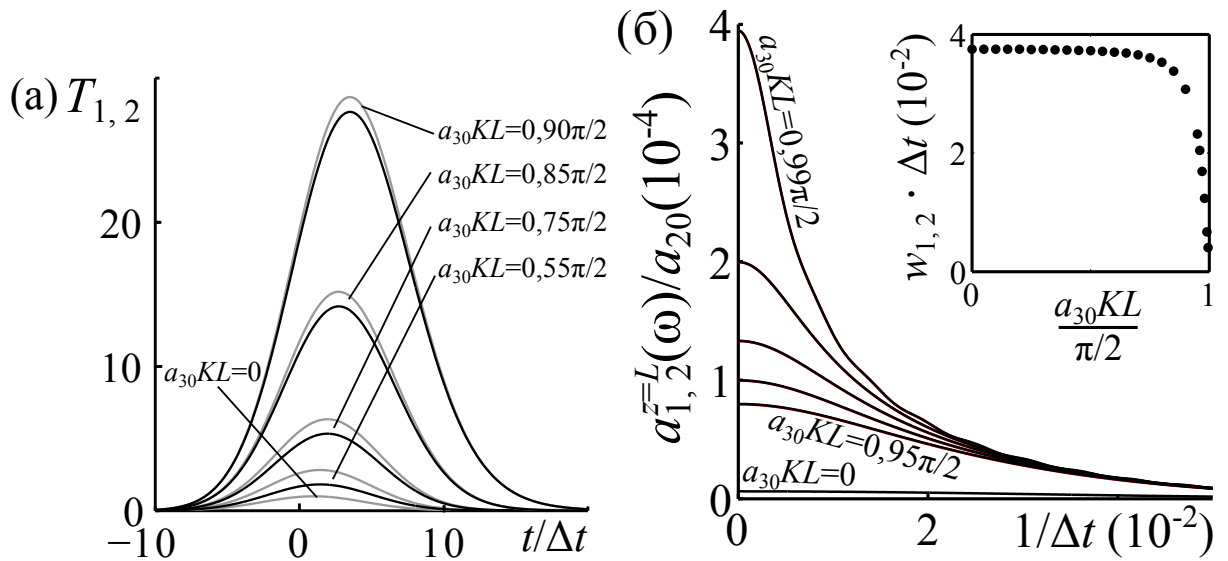


Рис. 4.5. (а) – Икажения Гауссова импульса, прошедшего через систему взаимодействия встречных волн. Временная зависимость коэффициента усиления при разных  $a_{30}KL$ . Амплитуда сигнала  $T_2$  (серые линии), амплитуда холостой волны  $T_1$  (чёрные линии) (б) – Спектры искаженных Гауссовых импульсов при разных  $a_{30}KL$ . На врезке зависимость ширины спектра  $w_{1,2}$  от  $a_{30}KL$ . Данные для сигнала и холостой волны неразличимы в приведённом масштабе. Все графики получены при ширине импульса сигнала на входе  $t_p = 5\Delta t$ .

Путём дискретного преобразования Фурье были получены спектры временных зависимостей амплитуд генерируемых волн на выходе из среды  $a_{1,2}(\omega)/a_{20}$  (Рис. 4.5б). Частота  $\omega$  здесь нормирована на единицы  $1/\Delta t$ . Из рисунка видно, что спектры сигнальной и холостой волны практически совпадают (не различимы на приведённом масштабе). На врезке к рисунку 4.5б показана зависимость ширины спектра  $w_{1,2}$  (ширина на полувысоте) от  $a_{30}KL$ . Из этой зависимости видно, что ширина спектра уменьшается с ростом  $a_{30}KL$  и стремится к нулю



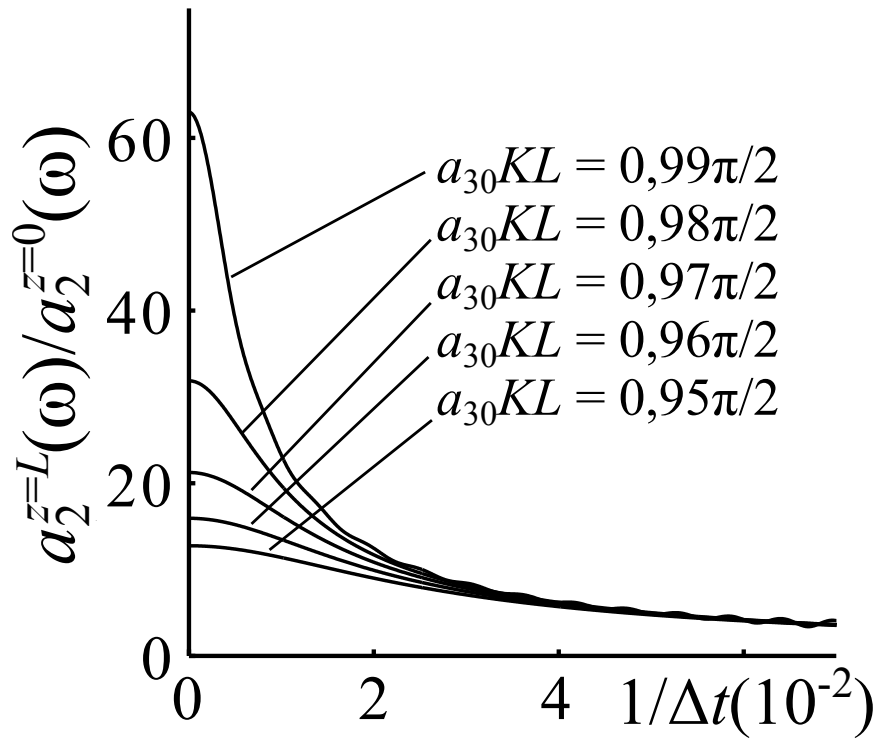


Рис. 4.6. АЧХ системы взаимодействия встречных волн при разных значениях  $a_{30}KL$ .

$w_{1,2} \rightarrow 0$  при  $a_{30}KL \rightarrow \pi/2$ . За порогом  $a_{30}KL > \pi/2$ , как будет показано в дальнейшем, наблюдается режим самовозбуждения и ширина спектра действительно в этом случае равна нулю.

На основе полученных спектров были получены амплитудно частотные характеристики системы АЧХ – поточечное отношения спектра амплитуды сигнала на выходе к спектру амплитуды сигнала на входе (Рис. 4.6). Расчёты показали, что линейная система характеризуется определённым АЧХ, зависящим от характеристик среды и накачки и не зависящим от характеристик входного импульса.

### 4.3. Импульсный режим в нелинейной области

Как было показано выше, при больших значениях параметра усиления  $a_{30}KL$  параметрический след импульса сгенерированного в результате параметрического взаимодействия встречных волн становится всё больше. При определённом достижении порогового значения  $a_{30}KL \geq (a_{30}KL)_{th}$  параметрический

след становится самоподдерживающимся. В этом случае поле встречной волны и поле сигнала участвуют в генерации одна другой, поддерживая динамическое равновесие фотонов в среде. Другими словами происходит самовозбуждение.

Переходной процесс включения режима самовозбуждения после вхождения в среду полубесконечного импульса сигнала был подробно рассмотрен в 3 главе. В данном параграфе будет уточнено положение порога самовозбуждения и как меняется его значение с изменением значения потерь. Для этого была решена задача искажения короткого  $t_p = 0,1\Delta t$  слабого  $a_{20}/a_{30} = 10^{-4}$  импульса сигнала в при параметрическом взаимодействии встречных волн.

Система уравнений 3.1 решалась при различных значениях параметров  $a_{30}KL$  методами численного моделирования на длительном промежутке времени, достаточно длительном для того чтобы в среде установился стационарный режим ( $\sim 2000\Delta t$ ). Полученная при этом зависимость уровня установившегося стационарного сигнала  $a_M$  (аналог  $a_M$  из формулы 2.22) в отсутствие потерь показана на рисунке 4.7 черной линией. Из графика видно, что стационарный сигнал на выходе из среды отсутствует во всей линейной области  $a_{30}KL < \pi/2$ . Это означает, параметрический след позади импульса затухает, не становится самоподдерживающимся. Однако, начиная со значений  $a_{30}KL = \pi/2$  и выше, в система обнаруживает самоподдерживающийся стационарный сигнал. Уровень этого сигнала быстро растёт с ростом  $a_{30}KL$  и быстро приближается к уровню амплитуды накачки  $a_{30}$ . Обсуждать искажения импульса в данном случае не имеет смысла, так как фактически импульс становится бесконечным. Ширина спектра бесконечно широкого импульса становится равной нулю, что соответствует результату рассмотренному выше (Рис. 4.5б).

Дальнейшие расчёты показали, что уровень устанавливающегося сигнала  $a_M$  не зависит от длительности входящего импульса  $t_p$  и его амплитуды  $a_{20}$ , эти параметры могут повлиять только на время установления стационарного режима. Фактически это означает, что любой, сколь угодно малый, шумовой сигнал при достаточно большой постоянной накачке способен возбудить в среде

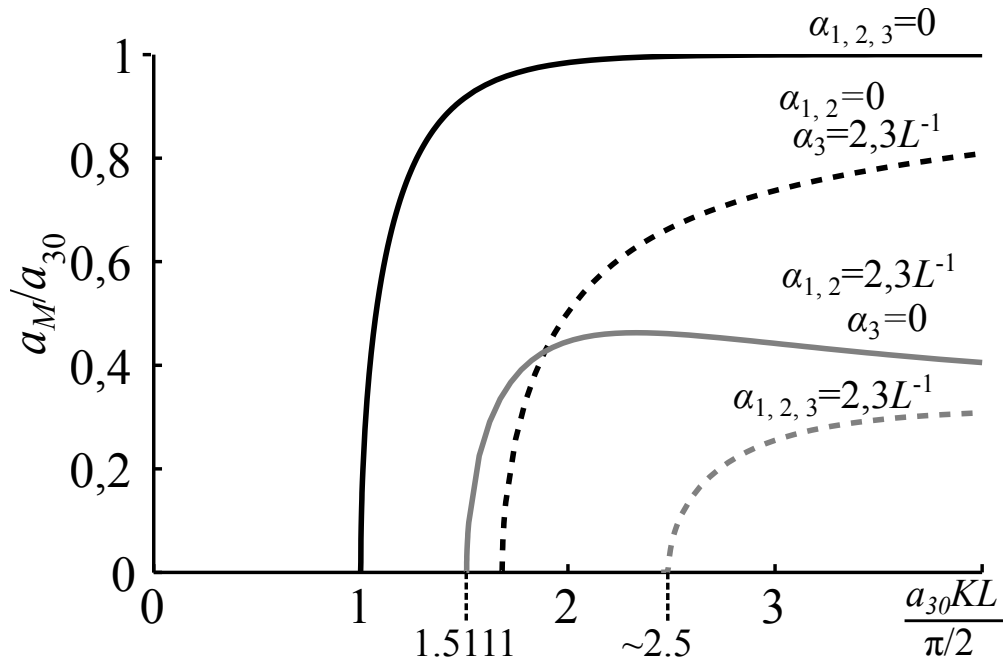


Рис. 4.7. Зависимость уровня стационарного сигнала, установившегося после прохождения через среду короткого слабого импульса сигнала,  $a_M$  от  $a_{30}KL$ . В отсутствие потерь  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$  – сплошная чёрная линия; при наличии потерь на генерируемых частотах  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2,3$ ,  $\alpha_3 = 0$  – сплошная серая линия; при наличии потерь на частоте накачки  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_3 = 2,3$  – штриховая чёрная линия; при наличии потерь на всех частотах  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 2,3$  – штриховая серая линия.

с синхронизмом встречных волн стационарную генерацию. В реальных средах всегда существуют такие малые шумы.

На рисунке 4.7 показаны также графики полученные в условии потерь на частотах. На рисунке хорошо видно, что наличие потерь сдвигает порог самогенерации в область больших значений  $a_{30}KL$ . При этом в каждом случае порог самовозбуждения в точности совпадает с границей линейной области, которая определялась для наличия потерь в предыдущих главах. Таким образом, порог самовозбуждения при параметрическом взаимодействии встречных волн соответствует порогу линейной области.

#### 4.4. Сравнение с экспериментальными данными (Случай длинного импульса сигнала и импульса накачки средней длительности)

Отметим, что временные измерения процессов параметрического распада в оптическом диапазоне в режиме встречных волн затруднены, в связи с тем, что характерные импульсы накачки, позволяющие реализовать условия эффективной перекачки энергии, достаточно короткие  $\sim 10$  пс. Исключение составляют процессы вынужденного рассеяния Брюллиена назад [101]. В пикосекундном диапазоне временные измерения проводились схеме обратного вынужденного поляризационного рассеяния, при котором так же основной вклад вносит временная нелокальность отклика, обусловленная поляритонным резонансом [107]. В работе [102] о временном поведении сигнала авторы судят по спектральным особенностям параметрической генерации при предварительно chirпированном импульсе накачки. Для численного анализа переходных процессов в чисто параметрическом взаимодействии встречных волн остановимся на результатах работы [79], в которой интерпретация основана на стационарной теории. Отметим, что в этой работе достаточно полно приведены необходимые параметры среды и поля, позволяющие провести адекватное сопоставление экспериментальных и расчётно-теоретических данных.

В статье рассматривается параметрический осциллятор встречных волн, условия синхронизма для которых выполняются, благодаря квазисинхронизму на КТР кристалле с субмикрометровым периодом модуляции нелинейной восприимчивости. Эксперимент был поставлен в следующем виде: кристалл с выполненными условиями синхронизма встречных волн облучался пикосекундными импульсами накачки, генерируемыми титан-сапфировым регенеративным лазером с частотой повторения импульсов 1 КГц; ширина пучка 170 мкм; энергия импульса контролировалась с помощью поворота поляризатора

и полуволновой пластинки; длина волны накачки  $\lambda_3 = 821,4\text{нм}$ ; в результате взаимодействия накачки с шумом в среде наблюдалась генерация сигнальной волны и встречной холостой волны на длинах  $\lambda_2 = 1139,7\text{нм}$  и  $\lambda_1 = 2940,8\text{нм}$  соответственно. На рисунке 4.8 показана энергия генерируемых импульсов обнаруживаемых в эксперименте на выходе из среды в зависимости от интенсивности накачки при двух разных длительностях импульса накачки  $t_p = 47\text{пс}$  и  $t_p = 21\text{пс}$ .

Авторами статьи отмечено, что эффективность преобразования энергии  $\eta$  практически равна нулю при низких значениях интенсивности импульса накачки  $I_{30}$  ниже порогового значения ( $I_{30th} \approx 1,6\text{ГВт/см}^2$  для длительности входного импульса  $t_p = 47\text{пс}$ ,  $I_{30th} \approx 3,6\text{ГВт/см}^2$  для  $t_p = 21\text{пс}$ ). В области за пороговым значением  $I_{30} > I_{30th}$  эффективность конверсии замедленно растёт с ростом  $I_{30}$ . Монохроматическая стационарная модель взаимодействия плоских встречных волн, использованная для интерпертации данных [78], предсказывает линейный рост и описывает его реальное поведение лишь при малых значениях интенсивности (прямая на рис. 4.8а).

Основываясь на приведённых в авторах статьи данных, рассмотрим задачу в следующем виде: импульс накачки входит в среду в положительном направлении оси  $z$ ; малый шум на частоте сигнала постоянно присутствует в среде; холостая волна распространяется в отрицательном направлении. Поставленная задача соответствует случаю длинного импульса сигнала  $t_{2p} \gg \tau$  и импульса накачки средней длительности  $L/v_3 < t_{3p} < \tau$ . Рассмотрим поведение амплитуды сигнала на выходе из среды при параметрическом взаимодействии встречных волн.

Положим временной профиль поля в пределах импульса накачки в наиболее общепринятом виде – в форме распределения Гаусса (Рис. 4.16):

$$a_3(z = 0) = a_{30}e^{(-4\ln(2))[t/t_p]^2}$$

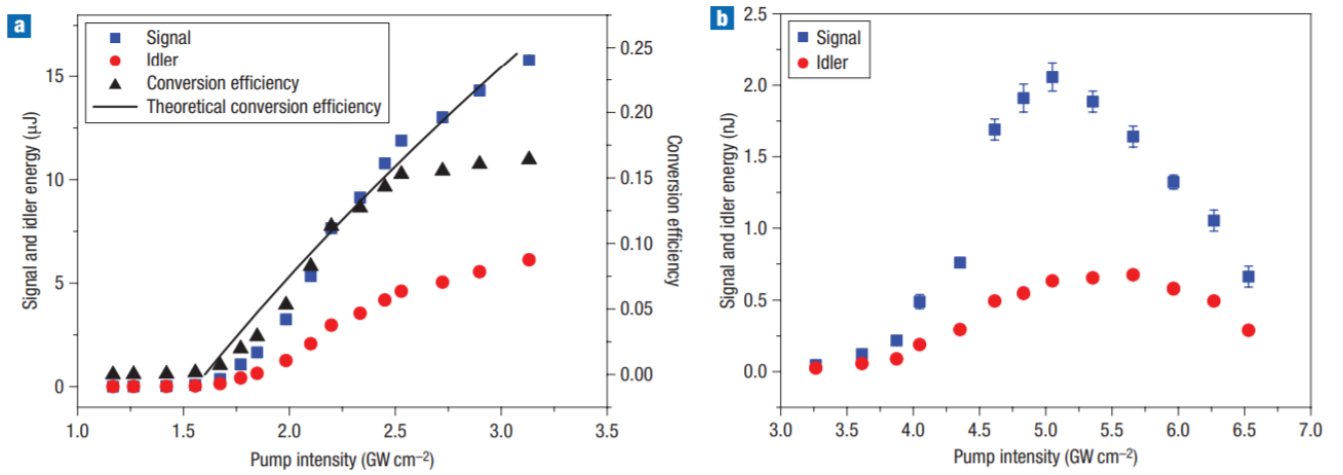


Рис. 4.8. Зависимость энергии генерируемых импульсов сигнала (квадраты) и холостой волны (круги) от интенсивности импульса накачки, полученные в работе [79]. (a) – длительность импульса накачки  $t_p = 47$  пс; треугольниками показана эффективность преобразования; прямая линия соответствует теоретической конверсии эффективности, предсказанной на основе линейной стационарной теории из работы [78]. (b) – длительность импульса накачки  $t_p = 21$  пс. Каждое измерение является усреднением результатов, полученных в течении облучения кристалла в течении 30 секунд.

Здесь длительность импульса  $t_p = 47$  пс – суть полная ширина на полувысоте. Момент времени  $t = 0$  соответствует моменту вхождения середины импульса накачки в среду.

Для рассмотрения этой задачи стоило бы использовать квазиоптическое приближение, учитывающее как дисперсию групповых скоростей так и дифракционные эффекты. Однако в рамках данной диссертации мы ограничиваемся плосковолновым рассмотрением и первым приближением теории дисперсии. Это связано с тем, что позволяет построить модель, которая будет обоснована ниже, результаты использования которой позволяют провести полуколичественное рассмотрение, что позволит произвести сравнение с результатами, полученными в предыдущих главах.

Поперечное распределение импульса накачки также определим формулой Гаусса. При этом разобьём поперечное сечение на малые концентрические участки (круг в центре, соответствующий нулевому радиусу  $r = 0$ , и концентрические кольца  $r \neq 0$ ) и будем решать задачу отдельно для каждого участка используя

приближение плоских волн, считая поперечный профиль интенсивности однородным и не учитывая дифракцию.

Для решения поставленной задачи из работы [79] были определены следующие параметры, необходимые для расчётов: ширина кристалла  $L = 170\text{мм}$ ; длины волн  $\lambda_1 = 2940,8\text{нм}$ ,  $\lambda_2 = 1139,7\text{нм}$ ,  $\lambda_3 = 821,4\text{нм}$ ; Значения коэффициента преломления для соответствующих длин волн  $n_1 = 1,7$ ,  $n_2 = 1,74$ ,  $n_3 = 1,75$ ; значения групповых скоростей  $v_i = c/n_i$ ; КТР кристалл прозрачен на рабочих длинах волн, что соответствует случаю отсутствия потерь  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ ; коэффициент связи  $K$  был определён из условия, что минимальная пиковая мощность импульса накачки, при которой наблюдается заметная генерация сигнала, должна соответствовать пороговой мощности, взятой из работы  $I_{30th} \approx 1,6\text{ГВт/см}^2$ . Шумовая интенсивность сигнала согласно оценкам из работы [108] составляет  $I_{20} \approx 10^{-10}\text{Вт/см}^2$ .

Задача решалась методами численного моделирования. На левой стороне рисунка 4.9 показаны временные зависимости интенсивности накачки и сигнала на выходе из среды, полученные для центрального участка поперечного среза среды  $r = 0$  при разных значениях входной интенсивности накачки  $I_{30}$ . Верхний рисунок здесь соответствует небольшой интенсивности импульса  $I_{30} = 1,9\text{ГВт/см}^2$ , немного большей чем пороговая – здесь сигнал имеет вид гладкого пика, а накачка истощается лишь на небольшой задней части импульса. Последнее свидетельствует о полной перекачке энергии накачки в локальном по времени участке импульса. С увеличением интенсивности (нижние графики на рисунке 4.9а) перекачка энергии колебаний накачки в колебания на частоте сигнала становятся всё больше, при этом перекачивается всё большая часть импульса накачки с задней стороны, в то время как передняя часть импульса накачки проходит через среду не изменяясь. Такое поведение обусловлено наличием длительного переходного процесса при взаимодействии встречных волн. Увеличение перекачиваемой части накачки с увеличением интенсивности свидетельствует об уменьшении времени переходного процесса, что согласно

результатам 3 главы свидетельствует о нелинейности этого процесса.

Из рисунка также видно, что с ростом интенсивности растёт изрезанность генерируемой волны и накачки – основной импульс разбивается на отдельные маленькие пучки-осколки. Дальнейшее увеличение накачки  $I_{30} = 6,4 \text{ ГВт/см}^2$  приводит к как временной, так и пространственной хаотизации процесса. Фактически энергия накачки много раз перекачивается в сигнал и обратно. Такое явление было описано в работе [100] для усиления встречных волн в одномодовом волоконном волноводе. При использовании фотоприёмника с достаточной апертурой и низким временным разрешением происходит усреднение сигнала как по сечению пучка так и со временем.

С помощью суммирования временных зависимостей для каждого участка с весами пропорциональными площадям участков позволяет получить временную зависимость средних по поперечному сечению интенсивностей полей на выходе из среды  $\langle I \rangle$  (правая сторона рисунка 4.9).

$$\langle I \rangle = \sum_r I_r S_r / \sum_r S_r$$

Здесь  $S_r$  – площадь кольца или круга ( $S_{ri} = \pi r_{i+1}^2 - \pi r_i^2$ );  $I_r = I_{30} e^{\frac{4 \ln(2)r^2}{\text{FWHM}^2}}$  – средняя интенсивность в кольце или круге поперечного сечения пучка накачки; FWHM – ширина профиля интенсивности пучка на его полувысоте; радиусы центров круга и колец  $0 \leq r \leq 3 \times \text{FWHM}$  меняются с шагом  $\Delta r = 0,1 \times \text{FWHM}$ .

Полученные в результате пространственного усреднения временные зависимости  $\langle I \rangle(t)$  при разных значениях  $I_{30}$  показаны на правой стороне рисунка 4.9. Из графиков видно, что в результате усреднения изрезанность значительно сглаживается.

Полученные на рисунке 4.9 результаты соотносятся с значениями интенсивности накачки в пике, в то время как в экспериментальной работе измерялась усреднённая интенсивность накачки. Усреднение Гауссова импульса по времени приводит к занижению интенсивности накачки в  $\sqrt{e}$  раз, кроме этого усреднение по радиусу сечения приводит к занижению ещё в  $\sqrt{e}$  раз. Таким



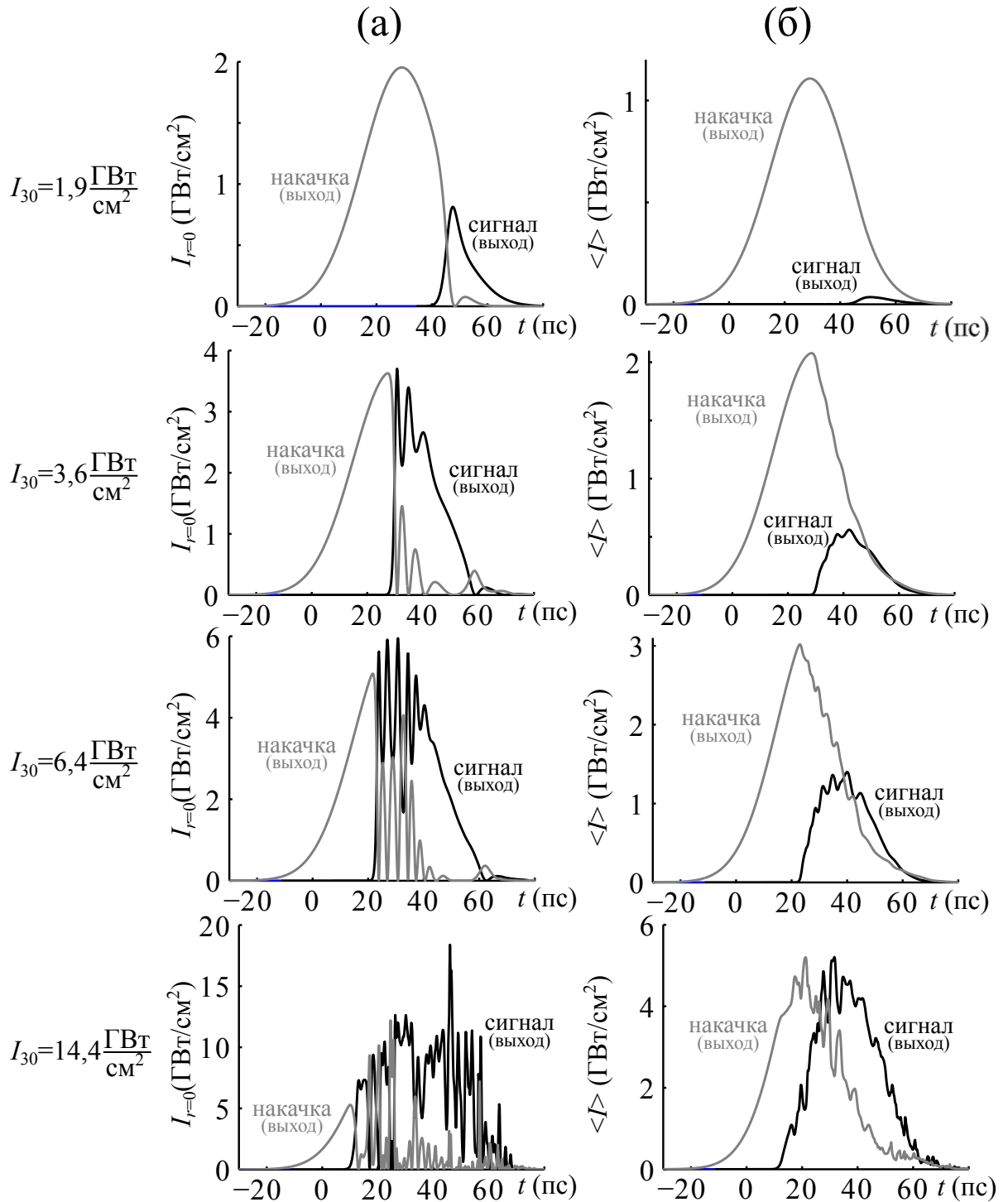


Рис. 4.9. Результаты численного моделирования на основе данных из работы [79]. Слева (а) – временные зависимости интенсивности на выходе из среды волны накачки  $I_3(t, z = L)$  (серые линии) и волны сигнала  $I_2(t, z = L)$  (черные линии) в центре поперечного сечения импульса  $r = 0$  при разных значениях пиковой интенсивности накачки на входе  $I_{30}$ . Справа (б) – временные зависимости усреднённые по поперечному сечению импульса интенсивности выходной накачки  $\langle I_3 \rangle(t, z = L)$  (серые линии) и сигнала  $\langle I_2 \rangle(t, z = L)$  (черные линии) при тех же значениях что и (а).

образом, интенсивность, определяемая в модели, была завышена в  $e$  раз. Далее приводится перенормированная в соответствии с этими соображениями интенсивность накачки  $\langle I \rangle$ .

Эффективность конверсии энергии была определена из численного интегрирования временной зависимости средней интенсивности поля:

$$\eta = \frac{\int \langle I \rangle dt}{\int \langle I_{30} \rangle dt}$$

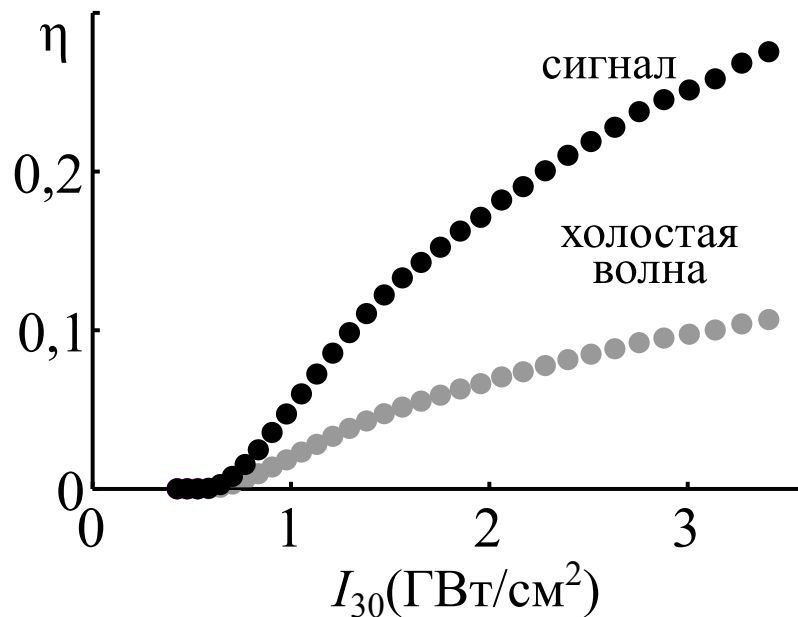


Рис. 4.10. Результаты численного моделирования на основе данных из работы [79]. Зависимость эффективности преобразования импульса накачки в системе взаимодействия встречных волн  $\eta$  от интенсивности входного импульса накачки  $I_{30}$  волны сигнала – чёрные круги, холостой волны – серые круги.

На рисунке 4.10 изображена полученная зависимость  $\eta(I_{30})$ , для сигнала и холостой волны. Полученная в расчётах функция эффективности преобразования  $\eta(I_{30})$  растёт замедленно, что соответствует результатам эксперимента (Рис. 4.8). Замедление роста обусловлено временной особенностью процесса: временная хаотизация импульса на выходе из среды приводит к уменьшению эффективности преобразования.

Однако значение эффективности преобразования, достигаемое в эксперименте, значительно меньше чем эффективность, достигаемая в численной мо-

дели ( $\eta \approx 10\%$  против  $\eta \approx 30\%$ ). Данное несоответствие, по всей видимости, также связано с изрезанностью интенсивности генерируемых волн. Из-за того, что интенсивность меняется очень быстро в пространстве и времени, возникает необходимость учитывать дифракцию и дисперсию групповых скоростей — рабочая система уравнений должна включать вторые производные по пространству и времени.

И всё же рассмотренная здесь нестационарная модель позволяет качественно описать замедленный рост  $\eta(I_{30})$ . Таким образом, переходные процессы вносят значительный вклад в процесс параметрического преобразования и их необходимо учитывать.

## 4.5. Параметрическое взаимодействие бегущих встречных импульсов

В случае, если длина импульса короче длины среды  $t_p < L$ , появляется возможность упростить задачу. Идея заключается в том, что преобразование системы координат из одной инерциальной системы в другую, приводит к изменению направления распространения волн.

Рассмотрим уравнения (2.21) для взаимодействия встречных волн  $v_1 < 0$  в приближении заданного поля ( $a_3 \gg a_1, a_2$ ) в условиях синхронизма  $\Delta k = 0$  без учёта поглощения  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ . После перехода в систему координат, движущуюся со скоростью волны накачки ( $t' = t, z' = z - v_3 t$ ) и задавая граничные условия на границах импульса не зависящими от времени (стационарная задача), выражение примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial a_1}{\partial z'} = -iK'_1 a_3 a_2^*; \\ \frac{\partial a_2}{\partial z'} = +iK'_2 a_3 a_1^*; \end{cases} \quad (4.1)$$

, где  $K'_{1,2} = K/(1 - v_3/v_{1,2})$ .

Тогда, при условии  $v_1 < v_2 < v_3$ , решение системы (4.1) для амплитуды генерируемых волн на выходе из движущегося импульса накачки пропорционально  $a_{1,2}^{out} \sim 1/\cos(a_{30}Kv_3t_p)$  – решение характерное для взаимодействия встречных волн.

При условии  $v_{1,2} < v_3$ , правая часть первого уравнения меняет знак  $K'_1 < 0$ , что приводит к экспоненциальной зависимости решения (4.1), характерной для взаимодействия попутных волн. Таким образом, в зависимости от соотношения групповых скоростей взаимодействующих волн могут реализоваться как режим встречных волн так и режим напоминающий взаимодействие попутных волн, в то время как в лабораторной системе координат волны являются встречными.

Если же в лабораторной системе координат волны являются попутными, тогда в системе координат, движущейся со скоростью накачки ( $t' = t$ ,  $z' = z - v_3t$ ) система укороченных уравнений для параметрического взаимодействия запишется с другими знаками:

$$\begin{cases} \frac{\partial a_1}{\partial z'} = +iK'_1 a_3 a_2^*; \\ \frac{\partial a_2}{\partial z'} = +iK'_2 a_3 a_1^*; \end{cases} \quad (4.2)$$

Тогда при условии  $v_1 < v_3 < v_2$  или  $v_2 < v_3 < v_1$ , правая часть первого или второго уравнения, соответственно, меняет знак ( $K'_1 < 0$  или  $K'_2 < 0$ ) и решение её приобретает вид характерный для взаимодействия встречных волн  $a_{1,2}^{out} \sim 1/\cos(a_{30}Kv_3t_p)$ .

При других соотношениях скоростей ( $v_{1,2} < v_3$ ,  $v_{1,2} > v_3$ ) решение будет экспоненциальным.

Таким образом, при взаимодействии попутных волн в лабораторной системе в движущейся системе при определённом соотношении скоростей ( $v_1 < v_3 < v_2$  или  $v_2 < v_3 < v_1$ ) обнаруживается режим взаимодействия встречных волн. Параметрическое взаимодействие коротких импульсов с такими соотношениями скоростей подробно рассмотрено в работах [91, 109].

## 4.6. Выводы

В данной главе рассматривалось численное решение системы укороченных уравнений параметрического взаимодействия встречных волн в импульсном режиме.

1) Было показано, что из-за наличия переходного процесса задняя часть импульса преобразуется много сильнее чем передний фронт и позади импульса формируется длительные параметрический след.

2) Самовозбуждение с наличием потерь в среде при взаимодействии встречных волн происходит при сколь угодно малой (по длительности и амплитуде) задержке импульса сигнала. Порог режима самовозбуждения совпадает с порогом нелинейного режима взаимодействия встречных волн и точно также зависит от потерь в среде.

3) Нестационарный подход, рассматриваемый в данной диссертации, был применён для построения модели на основе экспериментальных данных взаимодействия встречных волн, что позволило качественно описать замедленный рост эффективности преобразования наблюдавшийся при параметрическом взаимодействии встречных волн в экспериментальной работе [79].

4) Показано, что в случае короткого импульса, с размерами в среде много меньшими чем размеры среды, при определённом соотношении групповых скоростей взаимодействие встречных волн вырождается в генерацию, характерную для случая попутных волн, а взаимодействие попутных волн при определённом соотношении групповых скоростей обретает особенности взаимодействия встречных волн.

## Заключение

1. Получена аппроксимация существенного временного поведения амплитуды сигнала на выходе из среды при включении взаимодействия встречных волн в приближении заданной накачки. Аппроксимация имеет вид типичный для линейных переходных процессов радиотехнике и позволяет определить постоянную времени процесса. Для постоянной времени получена аппроксимирующая зависимость в приближении заданной накачки от параметров усиления: длины среды, величины амплитуды накачки и коэффициента связи волн.

2. Показано, что в нелинейной области значений параметров усиления, постоянная времени переходного процесса уменьшается с ростом значений параметров усиления, а переходной процесс изменения амплитуды сигнала на выходе из среды приобретает скачкообразный вид.

3. Граница линейной области изменения параметров усиления изменяется в зависимости от потерь в среде. Её положение при наличии потерь на частотах генерируемых волн может быть точно определено из феноменологической формулы решения стационарной модели в приближении заданного поля. Увеличение потерь на частоте накачки, качественно приводит к сдвигу границы в область больших значений.

4. Наличие фазового рассогласования в линейной области изменения параметров усиления не приводит к изменению времени переходного процесса. В нелинейной области постоянная времени растёт с ростом величины фазового рассогласования

5. В линейной области изменения параметров усиления при взаимодействии встречных волн короткий импульс (с длительностью меньше постоянной времени переходного процесса) претерпевает сильные искажения: задняя часть импульса усиливается намного сильнее передней, позади импульса формируется длинный параметрический след. Искажения импульса в среде с взаимодействием встречных волн в приближении заданной накачки определяются определённой

АЧХ, зависящей от характеристик среды и накачки.

6. Режим самовозбуждения при взаимодействии встречных волн теоретически может быть достигнут при любом значении потерь в среде, при этом система возбуждается от любого сколь угодно малого затравочного импульса. Порог самовозбуждения соответствует границе линейной области изменения параметров усиления – он изменяется при наличии потерь аналогичным образом.

7. Нестационарное рассмотрение взаимодействие с встречных волн позволяет получить результат адекватный эксперименту и качественно объяснить замедленный рост эффективности преобразования с ростом интенсивности накачки наблюдавшийся при параметрическом взаимодействии встречных волн в экспериментальной работе [79].

8. В случае короткого импульса, с размерами в среде много меньшими чем размеры среды, при определённом соотношении групповых скоростей взаимодействие встречных волн вырождается в генерацию, характерную для случая попутных волн, а взаимодействие попутных волн при определённом соотношении групповых скоростей обретает особенности взаимодействия встречных волн.

## Список литературы

1. Slabko V V, Popov A K, Myslivets S A et al. Transient processes in the parametric interaction of counter-propagating waves // Quantum Electronics. — 2015. — Vol. 45, no. 12. — P. 1151–1152.
2. Slabko Vitaly V., Popov Alexander K., Tkachenko Viktor a., Myslivets Sergey a. Three-wave mixing of ordinary and backward electromagnetic waves: extraordinary transients in the nonlinear reflectivity and parametric amplification // Optics Letters. — 2016. — Vol. 41, no. 17. — P. 3976–3979.
3. Tkachenko V.A., Tsipotan A. S., Myslivets S. A., Slabko V.V. Extraordinary time-depended processes in the parametric interaction of counter-propagating waves // Progress in electromagnetics Research Symposium 2017. — Singapore : IEEE, 2018. — P. 17563866.
4. Slabko V.V., Popov A. K., Myslivets S. A., Tkachenko V.A. Extraordinary time-depended processes in the parametric interaction of counter-propagating waves // Laser Optics (LO), 2016 International Conference. — St. Peterburg : IEEE, 2016. — P. 16251717.
5. Popov A. K., Myslivets S. A., Slabko V.V. et al. Shaping Light in Backward-Wave Nonlinear Hyperbolic Metamaterials // Photonics. — 2018. — Vol. 5, no. 2(8).
6. Ткаченко В. А., Рассказова Е. В., Москалёв А. К., Слабко В. В. Особенности переходных процессов при параметрическом взаимодействии встречных волн // Школа семинар фотоника нано и микро структур (ФНМС-2015): материалы. — Томск : Изд-во ТУСУРа, 2015.
7. Ткаченко В. А. Нестационарные процессы при параметрическом взаимодействии встречных волн // Сборник тезисов, материалы Двадцать второй Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых учё-



- ных (ВНКСФ-22). — Ростов-на-Дону : издательство АСФ России, 2016. — С. 291.
8. Ткаченко В. А. Особенности переходных процессов при взаимодействии встречных волн с учётом истощения накачки // Материалы международной научно-практической конференции "Молодежь и наука: Проспект Свободный - 2016". — Красноярск : Библиотечно издательский комплекс Сибирского федерального университета, 2016. — С. 36–39.
  9. Slabko V.V., Popov A. K., Myslivets S. A., Tkachenko V.A. Parametric amplification with backward waves: Pulse shapes // Technical digest of international conference ICONO/LAT 2016. — Minsk, 2016.
  10. Popov A. K., Slabko V.V., Tkachenko V.A. et al. Frequency mixing of guided electromagnetic waves in hyperbolic metamaterials // 50th international conference DAYS ON DIFFRACTION 2017 ABSTRACTS. — St. Peterburg, 2017. — P. 119.
  11. Tkachenko V.A., Tsipotan A. S., Myslivets S. A. et al. Effects of Losses and Phase Mismatch on Transient Processes in Parametric Amplification through Three-wave Mixing of Ordinary and Backward Electromagnetic Waves // PIERS-2017 Abstracts. — Singapore : Electromagnetic Academy, 2017. — P. 933–934.
  12. К. Магнус. Колебания: введение в исследование колебательных систем. — Москва : Мир, 1982. — С. 304.
  13. Ахманов С А Хохлов Р В. Проблемы нелинейной оптики. — Москва : АН СССР, Институт научной информации, 1964. — С. 298.
  14. Тарасов В.Г. Дмитриев Л.В. Прикладная нелинейная оптика. — Радио и св изд. — Москва, 1982. — С. 352.
  15. Гоноровский С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. — 4-е изд., изд. — Москва : Радио и связь, 1986. — С. 512.
  16. В. Н. Кулешов, Н. Н. Удалов В. М. Богачев. Генерирование колебаний

- и формирование радиосигналов. — Москва : Издательский дом. МЭИ, 2008. — С. 416.
17. Robert Boyd. *Nonlinear Optics*. — 2nd edition. — Academic Press, 2002. — P. 576.
  18. Красильников В.А. Крылов В.В. Введение в физическую акустику. — Москва : Наука, 1984. — С. 403.
  19. Херман. Й. Вильгельми Б. Лазеры сверхкоротких световых импульсов: Пер. с нем. — Москва : Мир, 1986. — С. 368.
  20. Amnon Yariv. *Quantum Electronics*. — 3rd ed. edition. — New York : Wiley, 1988. — P. 704.
  21. Popov A. K., Shalaev V. M. Negative-index metamaterials: second-harmonic generation, Manley–Rowe relations and parametric amplification // *Applied Physics B*. — 2006. — Vol. 84, no. 1. — P. 131.
  22. Harris S E. PROPOSED BACKWARD WAVE OSCILLATION IN THE INFRARED // *Applied Physics Letters*. — 1966. — Vol. 9, no. 3. — P. 114–116.
  23. Воляк К. И., Горшков А. С. Исследование параметрического генератора с обратной волной. *Радиотехника и электроника* // *Радиотехника и Электроника*. — 1973. — Т. 18, № 10. — С. 2075.
  24. Popov Alexander K., Shalaev Vladimir M. Compensating losses in negative-index metamaterials by optical parametric amplification // *Optics Letters*. — 2006. — Vol. 31, no. 14. — P. 2169–2171.
  25. Popov Alexander K, Myslivets Sergey A, George Thomas F, Shalaev Vladimir M. Four-wave mixing, quantum control, and compensating losses in doped negative-index photonic metamaterials // *Optics Letters*. — 2007. — Vol. 32, no. 20. — P. 3044–3046.
  26. Kshetrimayum R S. A brief intro to metamaterials // *IEEE Potentials*. — 2005. — Vol. 23, no. 5. — P. 44–46.

27. Веселаго В Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  // Усп. физ. наук. — 1967. — Т. 92, № 7. — С. 517–526.
28. Агранович В М, Гартштейн Ю Н. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // Усп. физ. наук. — 2006. — Т. 176, № 10. — С. 1051–1068.
29. Shadrivov I. V., Zharov A. A., Kivshar Y. S. Second-harmonic generation in nonlinear left-handed metamaterials // Journal of the Optical Society of America B. — 2006. — Vol. 23, no. 3. — P. 529–534.
30. Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction // Science. — 2001. — apr. — Vol. 292, no. 5514. — P. 77 LP – 79.
31. Yen T J, Padilla W J, Fang N et al. Terahertz Magnetic Response from Artificial Materials // Science. — 2004. — mar. — Vol. 303, no. 5663. — P. 1494 LP – 1496.
32. Kozyrev Alexander B, Kim Hongjoon, van der Weide Daniel W. Parametric amplification in left-handed transmission line media // Applied Physics Letters. — 2006. — jun. — Vol. 88, no. 26. — P. 264101.
33. Yao B M, Gui Y S, Chen X S et al. Experimental realization of negative refraction using one metasurface // Applied Physics Letters. — 2015. — mar. — Vol. 106, no. 12. — P. 121903.
34. Engheta Nader. Circuits with Light at Nanoscales: Optical Nanocircuits Inspired by Metamaterials // Science. — 2007. — sep. — Vol. 317, no. 5845. — P. 1698 LP – 1702.
35. Bloemer Mark J, D’Aguanno Giuseppe, Scalora Michael et al. Energy considerations for a superlens based on metal/dielectric multilayers // Optics Express. — 2008. — Vol. 16, no. 23. — P. 19342–19353.
36. Ni Xingjie, Ishii Satoshi, Thoreson Mark D et al. Loss-compensated and active hyperbolic metamaterials // Optics Express. — 2011. — Vol. 19, no. 25. — P. 25242–25254.

37. Sadatgol Mehdi, Özdemir Şahin K, Yang Lan, Güney Durdu Ö. Plasmon Injection to Compensate and Control Losses in Negative Index Metamaterials // *Physical Review Letters*. — 2015. — jul. — Vol. 115, no. 3. — P. 35502.
38. Jung P, Ustinov A.~V., Anlage S.~M. Progress in superconducting metamaterials // *Superconductor Science Technology*. — 2014. — Vol. 27, no. 7. — P. 73001. — 1403.6514.
39. Pendry J B. A Chiral Route to Negative Refraction // *Science*. — 2004. — nov. — Vol. 306, no. 5700. — P. 1353 LP – 1355.
40. Boltasseva A., Atwater H. A. Low-Loss Plasmonic Metamaterials // *Science*. — 2011. — jan. — Vol. 331, no. 6015. — P. 290–291.
41. Grbic Anthony, Eleftheriades George V. Overcoming the Diffraction Limit with a Planar Left-Handed Transmission-Line Lens // *Physical Review Letters*. — 2004. — mar. — Vol. 92, no. 11. — P. 117403.
42. Adams W., Sadatgol M., Zhang X., Güney D.Ö. Bringing the perfect lens into focus by near-perfect compensation of losses without gain media // *New Journal of Physics*. — 2016. — Vol. 18, no. 12. — P. 125004. — 1607.07464.
43. Alu A, Engheta N. Guided modes in a waveguide filled with a pair of single-negative (SNG), double-negative (DNG), and/or double-positive (DPS) layers // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. — 2004. — Vol. 52, no. 1. — P. 199–210.
44. Kildishev A V, Shalaev V M. Transformation optics and metamaterials // *Usp. Fiz. Nauk*. — 2011. — Vol. 181, no. 1. — P. 59–70.
45. Thomas Zentgraf, Jason Valentine, Nicholas Tapia et al. An Optical “Janus” Device for Integrated Photonics // *Advanced Materials*. — 2010. — may. — Vol. 22, no. 23. — P. 2561–2564.
46. Chen Huanyang, Chan C T, Sheng Ping. Transformation optics and metamaterials // *Nature Materials*. — 2010. — apr. — Vol. 9. — P. 387.
47. Cai Wenshan, Shalaev Vladimir. Optical Metamaterials Fundamentals and

- Applications. — Springer-Verlag New York, 2010. — P. 200. — ISBN: [978-1-4419-1150-6](#).
48. Narimanov Evgenii E, Kildishev Alexander V. Optical black hole: Broadband omnidirectional light absorber // *Applied Physics Letters*. — 2009. — jul. — Vol. 95, no. 4. — P. 41106.
  49. Kildishev Alexander V, Prokopeva Ludmila J, Narimanov Evgenii E. Cylinder light concentrator and absorber: theoretical description // *Optics Express*. — 2010. — Vol. 18, no. 16. — P. 16646–16662.
  50. Fang Z H, Chen H, Yang F S et al. Slowing down light using a dendritic cell cluster metasurface waveguide // *Scientific Reports*. — 2016. — nov. — Vol. 6. — P. 37856.
  51. Zhao X P, Luo W, Huang J X et al. Trapped rainbow effect in visible light left-handed heterostructures // *Applied Physics Letters*. — 2009. — aug. — Vol. 95, no. 7. — P. 71111.
  52. Poddubny Alexander, Iorsh Ivan, Belov Pavel, Kivshar Yuri. Hyperbolic metamaterials // *Nature Photonics*. — 2013. — dec. — Vol. 7, no. 12. — P. 948–957.
  53. Alekseyev Leonid V., Narimanov Evgenii. Slow light and 3D imaging with non-magnetic negative index systems // *Optics Express*. — 2006. — Vol. 14, no. 23. — P. 11184.
  54. Popov Alexander K., Myslivets Sergey A. Generation, amplification, frequency conversion, and reversal of propagation of THz photons in nonlinear hyperbolic metamaterial // *Optics Letters*. — 2017. — oct. — Vol. 42, no. 20. — P. 4151.
  55. Popov Alexander K., Nefedov Igor S., Myslivets Sergey A. Hyperbolic Carbon Nanoforest for Phase Matching of Ordinary and Backward Electromagnetic Waves: Second Harmonic Generation // *ACS Photonics*. — 2017. — may. — Vol. 4, no. 5. — P. 1240–1244.
  56. He Yingran, He Sailing, Yang Xiaodong. Optical field enhancement in

- nanoscale slot waveguides of hyperbolic metamaterials // *Optics Letters*. — 2012. — jul. — Vol. 37, no. 14. — P. 2907.
57. Sun Yu, Zheng Zheng, Cheng Jiangtao et al. Highly efficient second harmonic generation in hyperbolic metamaterial slot waveguides with large phase matching tolerance // *Optics Express*. — 2015. — mar. — Vol. 23, no. 5. — P. 6370.
  58. He Yingran, He Sailing, Gao Jie, Yang Xiaodong. Nanoscale metamaterial optical waveguides with ultrahigh refractive indices // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2012. — sep. — Vol. 29, no. 9. — P. 2559.
  59. Jacob Z., Kim J.-Y., Naik G. V. et al. Engineering photonic density of states using metamaterials // *Applied Physics B*. — 2010. — jul. — Vol. 100, no. 1. — P. 215–218.
  60. Vora Ankit, Gwamuri Jephias, Pala Nezhil et al. Exchanging Ohmic Losses in Metamaterial Absorbers with Useful Optical Absorption for Photovoltaics // *Scientific Reports*. — 2014. — may. — Vol. 4. — P. 4901.
  61. al Farooqui Md. Abdullah, Breeland Justin, Aslam Muhammad I et al. Quantum entanglement distillation with metamaterials // *Optics Express*. — 2015. — Vol. 23, no. 14. — P. 17941–17954.
  62. Genov D. A., Zhang S, Zhang X. Mimicking celestial mechanics in metamaterials // *Nature Physics*. — 2009. — Vol. 5. — P. 687–692.
  63. Chandrasekar Rohith, Wang Zhuoxian, Meng Xiangeng et al. Lasing Action with Gold Nanorod Hyperbolic Metamaterials // *ACS Photonics*. — 2017. — mar. — Vol. 4, no. 3. — P. 674–680.
  64. Sajid Choudhury, Urcan Guler, Amr Shaltout et al. Pancharatnam–Berry Phase Manipulating Metasurface for Visible Color Hologram Based on Low Loss Silver Thin Film // *Advanced Optical Materials*. — 2017. — apr. — Vol. 5, no. 10. — P. 1700196.
  65. Bobroff D. L. Coupled-Modes Analysis of the Phonon-Photon Parametric

- Backward-Wave Oscillator // Journal of Applied Physics. — 1965. — Vol. 36, no. 5. — P. 1760–1769.
66. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. — Москва : Наука, 1989. — С. 560.
67. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. — Москва : Мир, 1996. — С. 324.
68. Shalaev Mikhail I., Myslivets Sergey A., Slabko Vitaly V., Popov Alexander K. Negative group velocity and three-wave mixing in dielectric crystals // Optics Letters. — 2011. — oct. — Vol. 36, no. 19. — P. 3861.
69. Popov A. K., Shalaev M. I., Myslivets S. A. et al. Enhancing coherent nonlinear-optical processes in nonmagnetic backward-wave materials // Applied Physics A. — 2012. — dec. — Vol. 109, no. 4. — P. 835–840.
70. Popov Alexander K., Shalaev Mikhail I., Myslivets Sergey A., Slabko Vitaly V. Unidirectional amplification and shaping of optical pulses by three-wave mixing with negative phonons // Applied Physics A. — 2014. — may. — Vol. 115, no. 2. — P. 523–529.
71. Aleksandrovsky A. S., Vyunishev A. M., Zaitsev A. I., Slabko V. V. Random quasi-phase-matched conversion of broadband radiation in a nonlinear photonic crystal // Physical Review A. — 2010. — nov. — Vol. 82, no. 5. — P. 055806.
72. Aleksandrovsky A.S., Vyunishev A.M., Slabko V.V. et al. Tunable femtosecond frequency doubling in random domain structure of strontium tetraborate // Optics Communications. — 2009. — jun. — Vol. 282, no. 11. — P. 2263–2266.
73. Aleksandrovsky A. S., Vyunishev A. M., Zaitsev A. I. et al. Diagnostics of fs pulses by noncollinear random quasi-phase-matched frequency doubling // Applied Physics Letters. — 2011. — nov. — Vol. 99, no. 21. — P. 211105.
74. Shur V Ya. Domain Nanotechnology in Ferroelectric Single Crystals: Lithium Niobate and Lithium Tantalate Family // Ferroelectrics. — 2013. — jan. — Vol. 443, no. 1. — P. 71–82.

75. Zukauskas Andrius, Thilmann Nicky, Pasiskevicius Valdas et al. 5 mm thick periodically poled Rb-doped KTP for high energy optical parametric frequency conversion // *Optical Materials Express*. — 2011. — jun. — Vol. 1, no. 2. — P. 201.
76. Shur V. Ya., Pelegova E. V., Akhmatkhanov A. R., Baturin I. S. Periodically poled crystals of KTP family: a review // *Ferroelectrics*. — 2016. — may. — Vol. 496, no. 1. — P. 49–69.
77. Ding Yujie J, Khurgin Jacob B. Second-harmonic generation based on quasi-phase matching: a novel configuration // *Opt. Lett.* — 1996. — Vol. 21, no. 18. — P. 1445–1447.
78. Ding Y J, Khurgin J B. Backward optical parametric oscillators and amplifiers // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. — 1996. — Vol. 32, no. 9. — P. 1574–1582.
79. Canalias Carlota, Pasiskevicius Valdas. Mirrorless optical parametric oscillator // *Nature Photonics*. — 2007. — aug. — Vol. 1. — P. 459.
80. Conti Claudio, Assanto Gaetano, Trillo Stefano. Cavityless oscillation through backward quasi-phase-matched second-harmonic generation // *Optics Letters*. — 1999. — Vol. 24, no. 16. — P. 1139–1141.
81. Minor Citlali E., Cudney Roger S. Mirrorless optical parametric oscillation in bulk PPLN and PPLT: a feasibility study // *Applied Physics B*. — 2017. — Vol. 123, no. 1. — P. 38.
82. Saravi Sina, Pertsch Thomas, Setzpfandt Frank. Generation of Counter-propagating Path-Entangled Photon Pairs in a Single Periodic Waveguide // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Vol. 118, no. 18. — P. 183603.
83. Sapaev U K, Yusupov D B, Sherniyzov A A, Uzakov A A. Theory of backward second-harmonic generation of short laser pulses in periodically and aperiodically poled nonlinear crystals // *Journal of Russian Laser Research*. — 2012. — Vol. 33, no. 2. — P. 196–210.
84. Huang Yen-Chieh. Theory of backward distributed-feedback optical para-



- metric amplifiers and oscillators // Journal of the Optical Society of America B. — 2005. — Vol. 22, no. 6. — P. 1244–1254.
85. Chuu Chih-Sung, Harris S E. Ultrabright backward-wave biphoton source // Physical Review A. — 2011. — Vol. 83, no. 6. — P. 61803.
86. Armstrong J A, Bloembergen N, Ducuing J, Pershan P S. Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric // Phys. Rev. — 1962. — Vol. 127, no. 6. — P. 1918–1939.
87. Huang Yen-Chieh, Lin Yuan-Yao. Coupled-wave theory for distributed-feedback optical parametric amplifiers and oscillators // Journal of the Optical Society of America B. — 2004. — Vol. 21, no. 4. — P. 777–790.
88. Shalaev Mikhail I, Myslivets Sergey A, Slabko Vitaly V, Popov Alexander K. Negative group velocity and three-wave mixing in dielectric crystals // Opt. Lett. — 2011. — Vol. 36, no. 19. — P. 3861–3863.
89. Popov Alexander K, Shalaev Mikhail I, Myslivets Sergey A, Slabko Vitaly V. Unidirectional amplification and shaping of optical pulses by three-wave mixing with negative phonons // Applied Physics A. — 2014. — Vol. 115, no. 2. — P. 523–529.
90. Popov Alexander K, Nefedov Igor S, Myslivets Sergey A et al. Nonlinear-optical up and down frequency-converting backward-wave metasensors and metamirrors. — Vol. 8725. — 2013. — P. 87252E–8725–15.
91. Kaup D. J., Reiman A., Bers A. Space-time evolution of nonlinear three-wave interactions. I. Interaction in a homogeneous medium // Rev. Mod. Phys. — 1979. — Vol. 51, no. 2. — P. 275–309.
92. LASHMORE-DAVIES C N. Negative energy waves // Journal of Plasma Physics. — 2005. — Vol. 71, no. 2. — P. 101–109.
93. Preobrazhensky V., Matar O. B., Pernod P. Explosive dynamics and localization of wave triads in a coupled magnetoelastic system // Physical Review E. — 2008. — oct. — Vol. 78, no. 4. — P. 46603.
94. Preobrazhensky V. L., Yevstafiev O., Pernod P., Berzhansky V. Explosive

- instability of ultrasonic triads under frequency modulated electromagnetic pumping. // 2009 IEEE International Ultrasonics Symposium. — 2009. — P. 2100–2102.
95. Preobrazhensky V., Yevstafyev O., Pernod P., Berzhansky V. Explosive instability of quasi-phonon triads in antiferromagnet under frequency modulated electromagnetic field // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2010. — Vol. 322, no. 6. — P. 585–588.
  96. Preobrazhensky V., Yevstafyev O., Pernod P. et al. Supercritical dynamics of magnetoelastic wave triad in a solid // Physics of Wave Phenomena. — 2012. — Vol. 20, no. 4. — P. 256–263.
  97. Corney J F, Bang Ole. Solitons in quadratic nonlinear photonic crystals // Physical Review E. — 2001. — sep. — Vol. 64, no. 4. — P. 47601.
  98. Conti Claudio, Trillo Stefano, Assanto Gaetano. Energy Localization in Photonic Crystals of a Purely Nonlinear Origin // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Vol. 85, no. 12. — P. 2502–2505.
  99. Moshkin V. V., Moshkina A. V., Preobrazhensky V. L., Pernod P. Cascade generation of a phase conjugate wave in a magnetoordered acoustic medium // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. — 2015. — Vol. 79, no. 10. — P. 1246–1250.
  100. Воробьев Н.С., Грудинин А.Б., Дианов Е.М., Прохоров А.М., Хайдаров Д.В., Хрущев И.Ю. Щелев М.Я. Усиление света при нелинейном взаимодействии встречных волн в одномодовом волоконном световоде // письма ЖЭТФ. — 1986. — Т. 44, № 1. — С. 15.
  101. Osborne M R, O'key M A. Temporal response of stimulated Brillouin scattering phase conjugation // Optics communications. — 1992. — Vol. 94, no. 5. — P. 346–352.
  102. Strömqvist G, Pasiskevicius V, Canalias C, Montes C. Coherent phase-modulation transfer in counterpropagating parametric down-conversion // Phys. Rev. A. — 2011. — Vol. 84, no. 2. — P. 23825.

103. Popov A K, Slabko V V, Shalaev V M. Second harmonic generation in left-handed metamaterials // *Laser Physics Letters*. — 2006. — jun. — Vol. 3, no. 6. — P. 293–297.
104. Ландау Л Д, Лившиц Е М. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА ЭЛЕКТРОДИНАМИКА СПЛОШНЫХ СРЕД. — 2 изд. — Москва : Наука, 1982. — С. 621.
105. Lucila Juárez-Reyes, Luis Mochán W. Magnetic Response of Metamaterials // *physica status solidi (b)*. — 2018. — jan. — Vol. 255, no. 4. — P. 1700495.
106. Kleinman D A. Nonlinear Dielectric Polarization in Optical Media // *Physical Review*. — 1962. — jun. — Vol. 126, no. 6. — P. 1977–1979.
107. Jang Hoon, Viotti Anne-Lise, Strömqvist Gustav et al. Counter-propagating parametric interaction with phonon-polaritons in periodically poled KTiOPO<sub>4</sub> // *Opt. Express*. — 2017. — Vol. 25, no. 3. — P. 2677–2686.
108. Gol'Din Yu A, Dmitriev V G, Tarasov V K, Shkunov N V. Observation of Generation at the Sum Frequency in Electro-optic Nonlinear Crystals // *JETP Letters*. — 1966. — Vol. 4, no. 11. — P. 441.
109. Sukhorukov A.~P., Shchednova A.~K. Parametric Amplification of Light in the Field of a Modulated Laser Wave // *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 1971. — Vol. 33. — P. 677.